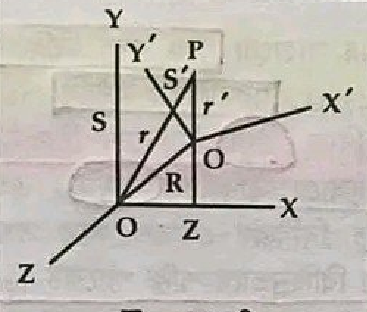
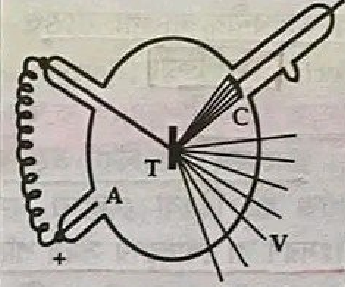
৮

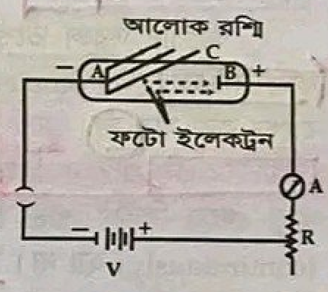
আধুনিক পদার্থবিজ্ঞানের সূচনা
INTRODUCTION OF MODERN PHYSICS

প্রধান শব্দ (Key Words) : প্রসঙ্গ কাঠামো, জড় কাঠামো, অজড় কাঠামো, আপেক্ষিকতা, গ্যালিলিওর রূপান্তরণ, লরেঞ্জের রূপান্তর সূত্র, দৈর্ঘ্য সংকোচন, সময় প্রসারণ বা কাল দীর্ঘায়ন, ভরের আপেক্ষিকতা, ভর-শক্তি সম্পর্ক, মৌলিক বল, প্ল্যাঙ্ক-এর কোয়ান্টাম তত্ত্ব, এক্সরে, এক্সরে-এর একক, আলোক তড়িৎ ক্রিয়া, নিবৃত্তি বিভব, সূচন কম্পাঙ্ক, কার্য অপেক্ষক, ডি ব্রগলি তরঙ্গ, কম্পটন ক্রিয়া, হাইসেনবার্গের অনিশ্চয়তা সূত্র।



$E = mc^2$





সূচনা
Introduction

আজ যদি বিশ্বের যে কোনো দেশের বিজ্ঞানমনস্ক কোনো ব্যক্তিকে জিজ্ঞেস করা হয়, "বিংশ শতাব্দীর সবচেয়ে বিখ্যাত বিজ্ঞানী কে ?" স্বাভাবিক উত্তর পাওয়া যাবে "আলবার্ট আইনস্টাইন।" খুব কমসংখ্যক বিজ্ঞানীই আইনস্টাইনের মতো তাঁর মৌলিক কাজের সংখ্যা, বৈচিত্র্য এবং অপরিসীম গুরুত্ব বিবেচনায় এত বিখ্যাত হতে পেরেছেন। আইনস্টাইন তাঁর বহু বৈচিত্র্যময় বৈজ্ঞানিক আবিষ্কারের মধ্যে সবচেয়ে বেশি পরিচিত তাঁর আপেক্ষিক তত্ত্বের জন্য। আপেক্ষিক তত্ত্বের মধ্যে আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্বের জন্য তিনি সমধিক পরিচিত। 1905 সালে যখন তাঁর বয়স মাত্র 26 বছর তখন তিনি আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্ব প্রকাশ করেন। আমাদের মৌলিক চিন্তা-চেতনা বা বিশ্বাসের অনেক কিছুরই পরিবর্তন সাধন করেছে এই আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্ব। পারমাণবিক বিজ্ঞানের ক্রম বিকাশের ক্ষেত্রে আপেক্ষিক তত্ত্বের ভূমিকা অপরিসীম। এই অধ্যায়ে আমরা দেখাব যে স্থান (Space), কাল (Time), দৈর্ঘ্য (Length) কোনোটিই পরম রাশি বা নিরপেক্ষ নয়। এগুলো পরিবর্তনশীল। চিরায়ত বলবিজ্ঞানে (Classical Mechanics) ভর এবং শক্তি স্বাধীন হলেও আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্ব অনুসারে দেখা যায় এরা সমতুল্য (Equivalent)। এই তত্ত্ব থেকে দেখা যায় যে ভরসম্পন্ন কোনো বস্তুই আলোর বেগ বা তার বেশি বেগে চলতে পারে না, তা যত বলই বস্তুর ওপর প্রয়োগ করা হোক না কেন।

এ অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

- আধুনিক পদার্থবিজ্ঞানের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- জড় কাঠামো ও অজড় কাঠামো ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- মাইকেলসন-মর্লির পরীক্ষার ফলাফল বিশ্লেষণ করতে পারবে।
- আইনস্টাইনের আপেক্ষিকতা তত্ত্ব ব্যাখ্যা কররতে পারবে।
- গ্যালিলিওর রূপান্তর ও লরেঞ্জ রূপান্তর ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- আপেক্ষিকতা তত্ত্ব অনুসারে সময় সম্প্রসারণ, দৈর্ঘ্য সংকোচন এবং ভর বৃদ্ধি বর্ণনা করতে পারবে।
- ভর শক্তির সম্পর্ক ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- মৌলিক চারটি বল ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- মহাকাশ ভ্রমণে আপেক্ষিকতা তত্ত্বের সময় সম্প্রসারণ ও দৈর্ঘ্য সংকোচনের নিয়ম ব্যবহার করতে পারবে।
- প্ল্যাঙ্কের কালো বস্তুর বিকিরণ ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- এক্স-রের উৎপাদন প্রক্রিয়া বর্ণনা করতে পারবে।
- আইনস্টাইনের ফটোইলেকট্রিক ক্রিয়া বর্ণনা ও ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ডি ব্রগলির বস্তু তরঙ্গের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- কম্পটন ক্রিয়া ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- হাইজেনবার্গের অনিশ্চয়তার নীতি ব্যাখ্যা করতে পারবে।

N_2, O_2, CO_2

৮.১ আধুনিক পদার্থবিজ্ঞানের ধারণা
Concept of modern physics

আলোর প্রকৃতি সম্পর্কে বিভিন্ন সময়ে বিজ্ঞানীরা বিভিন্ন তত্ত্ব প্রদান করেন। 1675 খ্রিস্টাব্দে বিজ্ঞানী নিউটন আলোর কণিকা তত্ত্ব (corpuscular theory), 1678 খ্রিস্টাব্দে বিজ্ঞানী হাইগেন্স (Huygens) আলোর তরঙ্গ তত্ত্ব (wave theory), 1886 খ্রিস্টাব্দে ক্লার্ক ম্যাক্সওয়েল (Clark Maxwell) আলোর তড়িৎ-চুম্বকীয় তত্ত্ব (electro-magnetic theory) প্রদান করেন। 1887 খ্রিস্টাব্দে জার্মান পদার্থবিজ্ঞানী হেনরিখ হার্টজ (Henrich Herts) পরীক্ষামূলকভাবে তড়িৎ-চুম্বকীয় তত্ত্ব সুপ্রতিষ্ঠিত করেন। ওই সময় তিনি তড়িৎ-চুম্বকীয় তরঙ্গ নিয়ে পরীক্ষা-নিরীক্ষার কালে আকস্মিকভাবে আলোক তড়িৎ ক্রিয়া আবিষ্কার করেন। কিন্তু আলোক তড়িৎ ক্রিয়া তড়িৎ-চুম্বকীয় তরঙ্গ দ্বারা ব্যাখ্যা করা সম্ভব হয়নি।

আলোর তরঙ্গ তত্ত্বের অভাবনীয় সাফল্য সত্ত্বেও এর সাহায্যে কৃষ্ণ বস্তু বিকিরণ (black body radiation), কম্পটন ক্রিয়া (Compton effect), রমন ক্রিয়া (Raman effect), পারমাণবিক বর্ণালি (atomic spectra) তরঙ্গ তত্ত্ব দ্বারা ব্যাখ্যা করা যায় না। কৃষ্ণ বস্তুর বিকিরণ ব্যাখ্যা করতে গিয়ে 1900 খ্রিস্টাব্দে বিজ্ঞানী ম্যাক্স প্ল্যাঙ্ক (Max Planck) কোয়ান্টাম তত্ত্ব প্রবর্তন করেন। প্ল্যাঙ্কের কোয়ান্টাম তত্ত্ব অনুসারে বিকিরণ কণাধর্মী। এই তত্ত্ব অনুসারে যখনই কোনো বস্তু থেকে বিকীর্ণ শক্তি নির্গত হয় কিংবা কোনো বস্তু বিকিরণ শোষণ করে তখন তা কখনই নিরবচ্ছিন্নভাবে (continuously) হয় না। নিঃসরণ বা শোষণের সময় শক্তি বিচ্ছিন্নভাবে শক্তি প্যাকেট (energy packet or bundle) রূপে নির্গত বা শোষিত হয় এবং এর সংখ্যা সব সময়ই একটি পূর্ণ সংখ্যা। শক্তি কণার এই গুচ্ছকে শক্তি কোয়ান্টাম (energy quantum) বলা হয়। একটি কোয়ান্টামের শক্তি, $E = h\upsilon$। এখানে υ হচ্ছে তার কম্পাঙ্ক এবং h হচ্ছে একটি ধ্রুবক যা প্ল্যাঙ্কের ধ্রুবক (Planck's constant) নামে পরিচিত। 6.63×10^{-34} $h\nu = hf = \frac{hc}{\lambda}$

প্ল্যাঙ্কের কোয়ান্টাম তত্ত্ব পরিবর্তিত ও সম্প্রসারিত করে আইনস্টাইন (Einstein) ফোটন কণার ধারণা প্রবর্তন করেন এবং আলোক তড়িৎ ক্রিয়ার যৌক্তিক ব্যাখ্যা প্রদান করেন। আইনস্টাইনের মতে, —২টি

(ক) বিকিরণ শুধুমাত্র নিঃসরণ বা শোষণের সময়ই যে বিচ্ছিন্ন কোয়ান্টারূপে নির্গত বা শোষিত হয় তা নয়, কোনো স্থানের (space) মধ্য দিয়ে প্রবাহের সময়ও কোয়ান্টাম হিসেবে গণ্য করতে হয়।

(খ) কোনো ধাতুর ওপর আলো পড়লে আপতিত ফোটনের সাথে ইলেকট্রনের স্থিতিস্থাপক সংঘাত ঘটে অর্থাৎ এক্ষেত্রে ইলেকট্রনগুলি হয় আপতিত ফোটনের সমস্ত শক্তি শোষণ করবে অথবা কোনো শক্তিই শোষণ করবে না। শোষণের ক্ষেত্রে যদি ফোটনের শক্তি ধাতু পৃষ্ঠের ইলেকট্রনের বন্ধনশক্তি অপেক্ষা বেশি হয়, তবে আলোক ইলেকট্রন (photo-electron) নির্গত হয়।

তড়িৎ-চুম্বকীয় বিকিরণকে ফোটন কণার স্রোত হিসেবে বিবেচনা করলে আলোক তড়িৎ ক্রিয়া, কৃষ্ণ বস্তু বিকিরণ, পারমাণবিক বর্ণালি, কম্পটন ক্রিয়া ইত্যাদি ব্যাখ্যা করা যায়। তবে এই তত্ত্ব দিয়ে ব্যতিচার, অপবর্তন, সমবর্তন ইত্যাদি ব্যাখ্যা করা যায় না। অপর দিকে বিকিরণের তরঙ্গ তত্ত্ব সঠিকভাবে ব্যতিচার, অপবর্তন, সমবর্তন ইত্যাদি ঘটনাগুলোকে ব্যাখ্যা করতে পারে। তাই আধুনিক বিজ্ঞানে বিকিরণ কখনও তরঙ্গরূপে, আবার কখনও কণার স্রোতরূপে আচরণ করে এবং এরা পরস্পরের পরিপূরক। একেই তরঙ্গ কণিকা দ্বি-তত্ত্ব (Wave-particle dual theory) বলা হয়।

1924 খ্রিস্টাব্দে ফরাসি বিজ্ঞানী লুইস ডি ব্রগলি (Louis de Broglie) দেখান যে একটি কণার স্রোতও তরঙ্গের মতো আচরণ করতে পারে। সুতরাং, ম্যাক্স প্ল্যাঙ্কের আলোর কোয়ান্টাম তত্ত্ব ও আইনস্টাইনের আপেক্ষিকতা বিশেষ তত্ত্ব প্রবর্তনের মাধ্যমেই আধুনিক পদার্থবিজ্ঞানের যাত্রা শুরু হয়েছে।

আধুনিক পদার্থবিজ্ঞানের বিভিন্ন শাখা হলো : ১০টি

- কোয়ান্টাম বলবিদ্যা (Quantum mechanics)
- পারমাণবিক ও নিউক্লীয় পদার্থবিদ্যা (Atomic and nuclear physics)
- আপেক্ষিকতা তত্ত্ব (Theory of relativity)
- জ্যোতির্পদার্থবিদ্যা (Astro-physics)
- বায়ো-মেডিকেল পদার্থবিদ্যা (Bio-medical physics)
- পরিসাংখ্যিক বলবিদ্যা (Statistical mechanics)
- কঠিন অবস্থার পদার্থবিদ্যা (Solid state physics)
- আবহাওয়া বিজ্ঞান (Meteorological science)
- জিয়ো-পদার্থবিদ্যা (Geo-physics) প্রভৃতি।

৮·২ প্রসঙ্গ কাঠামো
Frame of reference

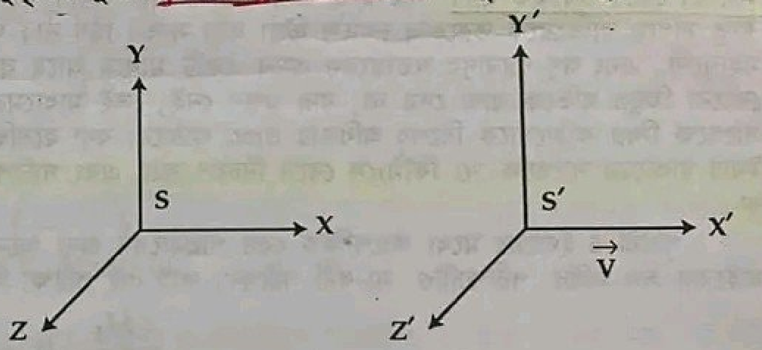
চিরায়ত ও নিউটনীয় বলবিদ্যায় তিনটি মৌলিক রাশির ধারণা করা হয়েছে। এগুলো হলো স্থান, কাল ও ভর। চিরায়ত বলবিদ্যার মতে স্থান, কাল ও ভর ধ্রুব কিন্তু আইনস্টাইনের মতে এগুলো পরম কিছু নয়—সবই আপেক্ষিক। আইনস্টাইনের এই তত্ত্বই আপেক্ষিক তত্ত্ব (Theory of relativity) নামে পরিচিত।

কোনো বস্তুর অবস্থান বা গতি বর্ণনার জন্য আমাদের একটি প্রসঙ্গ কাঠামো প্রয়োজন, যার সাপেক্ষে বস্তুর স্থির বা চলমান অবস্থা নির্দেশ করা যায়। **দূরের বা কাছের কোনো বিন্দুর সাপেক্ষে দ্বি- বা ত্রি-মাত্রিক স্থানে একটি বিন্দুকে সুনির্দিষ্ট করা যায়। একে প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।** অন্য কথায় বলা যায়, **কোনো বস্তুর গতি বর্ণনার জন্য ত্রিমাত্রিক স্থানে যে সুনির্দিষ্ট স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা বিবেচনা করা হয় এবং যার সাপেক্ষে বস্তুটির গতি বর্ণনা করা যায় তাকে প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।** যেমন ঘরে সিলিং-এর ফ্যানকে নির্দিষ্ট করতে ঘরের যেকোনো একটি কোণাকে মূলবিন্দু (origin) ধরে দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা বরাবর নির্দিষ্ট পরিমাণ স্থান, স্কেল বা ফিতা দিয়ে পরিমাপ করে ফ্যানের অবস্থান নির্দিষ্ট করা যায়। মনে করা যাক ঘরের দৈর্ঘ্য বরাবর 3 m, প্রস্থ বরাবর 2 m এবং উচ্চতা বরাবর 3 m মেপে ফ্যানটি নির্দিষ্ট করা হলো। এক্ষেত্রে ফ্যানের স্থানাঙ্ক (3, 2, 3)। তবে এটি ওই মূলবিন্দুর সাপেক্ষে। আবার ঘরের বা বাইরের কোনো বিন্দুকে মূলবিন্দু (origin) কল্পনা করলে স্থানাঙ্ক পরিবর্তিত হবে। সবচেয়ে সহজ এবং পরিচিত প্রসঙ্গ কাঠামো হলো কার্তেজীয় অক্ষ পদ্ধতি (Cartesian co-ordinate system)। এর দ্বারা একটি বস্তুকণার অবস্থান তিনটি পরস্পর লম্ব অক্ষ X, Y, Z দ্বারা নির্দিষ্ট করা হয়।

প্রসঙ্গ কাঠামো দুই প্রকার; যথা—(১) জড় প্রসঙ্গ কাঠামো, (২) অজড় প্রসঙ্গ কাঠামো। নিচে এই দুই ধরনের প্রসঙ্গ কাঠামো আলোচনা করা হলো।

৮·২·১ জড় প্রসঙ্গ কাঠামো
Inertial frame of reference

পরস্পরের সাপেক্ষে ধ্রুব বেগে গতিশীল যে সব প্রসঙ্গ কাঠামোতে জড়তার সূত্র এবং নিউটনের গতিসূত্র প্রযোজ্য হয় তাকে জড় কাঠামো বা জড় প্রসঙ্গ কাঠামো বা জড়তার কাঠামো বলে। একে অভ্যন্তরীণ কাঠামো বা গ্যালিলিও কাঠামো বা নিউটনীয় প্রসঙ্গ কাঠামো বলা হয়। ভূপৃষ্ঠের তুলনায় সমবেগে গতিশীল সকল বস্তুর সাথে যুক্ত কাঠামোতে নিউটনের জড়তার সূত্র প্রযোজ্য হলে এরাও প্রত্যেকে একটি জড়তার কাঠামো। কিন্তু ঘূর্ণায়মান বস্তু জড় কাঠামো নয়। বস্তুর গতির হ্রাস/বৃদ্ধি ঘটানোর জন্য মন্দন/ত্বরণ সৃষ্টি হয় বলে অর্থাৎ সমবেগে চলে না বলে এটি জড় কাঠামো নয়। অর্থাৎ ভূপৃষ্ঠের তুলনায় সমবেগসম্পন্ন হলে কাঠামোটি জড় কাঠামো। জড় প্রসঙ্গ কাঠামোতে নিউটনের দ্বিতীয় ও তৃতীয় গতিসূত্র সঠিকভাবে প্রয়োগ হয়। ৮·১ চিত্রে জড় প্রসঙ্গ কাঠামো দেখান হলো।



চিত্র ৮·১ : জড় প্রসঙ্গ কাঠামো।

এই ধরনের কাঠামোতে ত্বরণ, = 0

$$a = \frac{d^2r}{dt^2} = 0, \text{ কারণ প্রযুক্ত বল } F = ma = 0$$

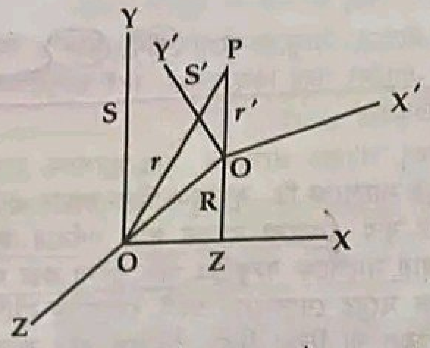
$$\text{বা, } \frac{d^2x}{dt^2} = a_x = 0; \ \frac{d^2y}{dt^2} = a_y = 0; \ \frac{d^2z}{dt^2} = a_z = 0$$

৮·২·২ অজড় প্রসঙ্গ কাঠামো
Non-inertial frame of reference

যে সকল প্রসঙ্গ কাঠামো পরস্পরের সাথে ধ্রুব বেগে গতিশীল নয় এবং যে কাঠামোতে জড়তার সূত্র এবং নিউটনের গতির সূত্র প্রযোজ্য হয় না তাকে অজড় কাঠামো বলে। ঘূর্ণায়মান এবং অসমবেগে চলমান প্রসঙ্গ কাঠামো অজড় কাঠামো। এই ধরনের কাঠামোতে কাল্পনিক বল দ্বারা ত্বরণ ঘটে।

উদাহরণ : সমবেগে চলমান একটি বাসের ভেতরে একটি ফুটবল রয়েছে। বাসটি ব্রেক কষলে মনে হবে সামনের দিকে ফুটবলটির ত্বরণ হচ্ছে। ফুটবলটির ওপর কোনো বাহ্যিক বল ক্রিয়া করেনি; কিন্তু আমরা ফুটবলটিকে বাসের ভেতরে একটি ত্বরিত প্রসঙ্গ কাঠামো হতে দেখি বলে মনে হয় এখানে একটি বাহ্যিক বল ক্রিয়া করছে।

ধরা যাক প্রসঙ্গ কাঠামো S′ জড় প্রসঙ্গ কাঠামো S এর সাপেক্ষে $\vec{a}_0$ ত্বরণে গতিশীল [চিত্র ৮·২]। তাহলে কণা A, প্রকৃতপক্ষে যে সকল কণা, প্রসঙ্গ কাঠামো S এর সাপেক্ষে স্থির থাকলে, কাঠামো S′ সাপেক্ষে তা $-\vec{a}_0$ ত্বরণে গতিশীল মনে হবে। সুতরাং একটি কণা S জড় কাঠামোর সাহায্যে $\vec{a}$ ত্বরণে গতিশীল হলে, S′ কাঠামোতে এর ত্বরণ হবে $\vec{a}\,' = \vec{a} - \vec{a}_0$। এখন কণাটির ভর m হলে S′ কাঠামোতে কণাটির ওপর ক্রিয়াশীল বল পাওয়া যায়।



চিত্র ৮·২ : অজড় প্রসঙ্গ কাঠামো।

$$\vec{F}\,' = m\vec{a}\,' = m(\vec{a} - \vec{a}_0) = m\vec{a} - m\vec{a}_0$$

এখানে $m\vec{a} = \vec{F}$, জড় কাঠামো S এ কণাটির ওপরে ক্রিয়াশীল বল। সুতরাং, $\vec{F}\,' = \vec{F} - m\vec{a}_0$

ধরি, $m\vec{a}_0 = \vec{F}_0$

অতএব, $\vec{F}\,' = \vec{F} - \vec{F}_0$

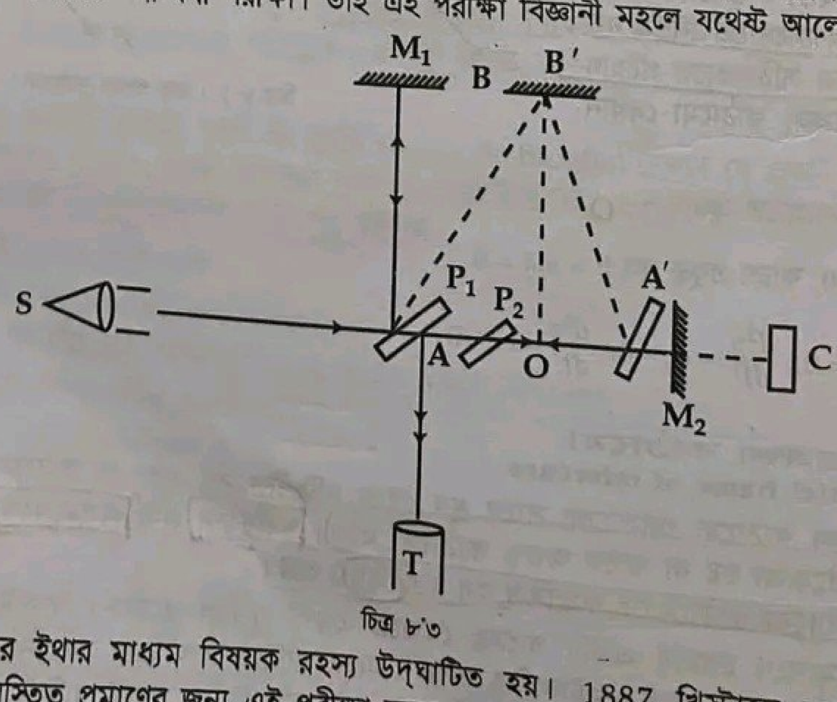
যদি $\vec{F} = 0$, তবে $\vec{F}\,' = -\vec{F}_0$

অর্থাৎ, S কাঠামোতে কণাটির ওপর কোনো বল ক্রিয়াশীল না হলেও $\vec{F}_0 = m\vec{a}_0$ কাল্পনিক বল S′ কাঠামো সাপেক্ষে কণাটি ক্রিয়াশীল রয়েছে। সুতরাং S′ কাঠামো অজড় প্রসঙ্গ কাঠামো।

৮·৩ মাইকেলসন-মর্লির পরীক্ষা
Michelson-Morley experiment

1861 খ্রিস্টাব্দে ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণগুলি আবিষ্কারের পর দেখা গেল বিদ্যুৎ-চুম্বকীয় তরঙ্গ শূন্য স্থানে আলোর বেগে প্রবাহিত হয়। পরে হার্জ তাঁর পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণ করেন যে, আলো বিদ্যুৎ চুম্বকীয় তরঙ্গ। ওই সময় বস্তু মাধ্যম ব্যতিরেকে তরঙ্গের চলাচল চিন্তা করা সম্ভব ছিল না। তাই মনে করা হয়েছিল যে, বিশ্বের সর্বত্র এমনকি মহাশূন্যে, এবং অণু-পরমাণুর অভ্যন্তরেও এমন একটি মাধ্যম আছে যার মধ্য দিয়ে গ্রহ, নক্ষত্র ছুটে চলে—যে মাধ্যম কোনো কিছুর গতিকে বাধা দেয় না, যার ওজন নেই, সেই মাধ্যমের নাম করা হয়েছিল ইথার মাধ্যম। সেই ইথারের সাপেক্ষে স্থির কাঠামোকে বিশেষ অধিকার প্রাপ্ত কাঠামো বলা হয়েছিল। ব্রাডলির পরীক্ষা হতে জানা গেছে যে, পৃথিবী ইথার মাধ্যমের সাপেক্ষে 30 কিমি/সে বেগে বিচরণ করে এবং পারিপার্শ্বিক ইথার মাধ্যমকে কোনোরূপ আলোড়িত করে না।

পৃথিবী ও ইথারের মধ্যে আপেক্ষিক বেগ পরিমাপের জন্য অনেক বিজ্ঞানী অনেক পরীক্ষা-নিরীক্ষা করেন; কিন্তু মাইকেল সন-মর্লির পরীক্ষাটিও না-ধর্মী পরীক্ষা। তাই এই পরীক্ষা বিজ্ঞানী মহলে যথেষ্ট আলোড়নের সৃষ্টি করে। এই



চিত্র ৮·৩

না-ধর্মী পরীক্ষায় প্রকৃতির ইথার মাধ্যম বিষয়ক রহস্য উদ্‌ঘাটিত হয়। 1887 খ্রিস্টাব্দে অ্যালবার্ট মাইকেলসন ও এডওয়ার্ড মর্লি ইথারের অস্তিত্ব প্রমাণের জন্য এই পরীক্ষা সম্পন্ন করেন। মাইকেলসন তাঁর পরীক্ষার জন্য এক অভূতপূর্ব

মাইকেলসন

সূক্ষ্ম যন্ত্র আবিষ্কার করেন যার ফলে তিনি নোবেল পুরস্কারের সম্মান লাভ করেন। তাঁর যন্ত্রের নাম করা হয় মাইকেলসন ব্যতিচার মাপক যন্ত্র [চিত্র ৮.৩]। এই পরীক্ষাটি পদার্থবিদ্যার ইতিহাসে এক শ্রেণির পরীক্ষা যা হতে ইথার মাধ্যমের যে অস্তিত্ব নেই তা পরিষ্কারভাবে বুঝা যায়।

এই যন্ত্রে S একটি এক রঙবিশিষ্ট আলোক রশ্মি যা হতে লেন্সের মাধ্যমে সমান্তরাল হয়ে একটি রশ্মি 45° কোণে হেলান একটি অর্ধস্বচ্ছ কাঁচের প্লেট P_1-এর ওপর আপতিত হয়। এই আপতিত রশ্মি A বিন্দুতে সমকোণে দুই অংশে বিভক্ত হয়। একটি অংশ P_1-এর উপরিতল হতে প্রতিফলিত হয়ে আড়াআড়িভাবে M_1 দর্পণে আপতিত হয় এবং পুনরায় প্রতিফলিত হয়ে একই পথে দূরবীণ T-তে ফিরে আসে। অপর রশ্মিটি P_1 প্লেটের ভেতর দিয়ে প্রতিসরিত হয়ে লম্বিকভাবে M_2 দর্পণে আপতিত হয়ে পুনরায় প্রতিফলিত হয়ে প্রথম রশ্মির সাথে মিলিত হয়। এই আলোক রশ্মিদ্বয় প্রায় সমান পথ অতিক্রম করে। M_1 ও M_2 দর্পণের সম্মুখ ভাগ ভালোভাবে রূপার প্রলেপযুক্ত করা হয় যাতে পৌনঃপুনিক প্রতিফলন না ঘটে এবং দর্পণদ্বয়কে সমকোণে সাজানো হয়।

P_1 প্লেট হতে উভয় দর্পণের দূরত্ব d ধরা হয়। এখানে P_2 একটি ক্ষতিপূরণকারী প্লেট যা দ্বারা কাঁচের মধ্যে অতিক্রান্ত দূরত্ব দুই রশ্মির ক্ষেত্রে সমান থাকে। যদি আলোক রশ্মিদ্বয় ঠিক সমান্তরাল হয় এবং P_1 প্লেট হতে AB ও AC-এর দূরত্ব d-এর সমান হয় তবে M_1 ও M_2 হতে প্রতিফলিত রশ্মিদ্বয় একই দশায় থাকে এবং দূরবীন T-তে উজ্জ্বল আলোর ব্যতিচার নকশা দেখা যায়। যদি M_1 ও M_2-এর মধ্যে কোণ এক সমকোণ হয় তবে ব্যতিচার নকশাটি বৃত্তাকার সমকেন্দ্রিক রেখার সমষ্টি হয় আর যদি M_1 ও M_2-এর মধ্যে কোণ এক সমকোণের চেয়ে কম রাখা যায় যা পরীক্ষায় রাখা হয়েছিল, তবে ব্যতিচার নকশাটি কয়েকটি সমান্তরাল সরলরেখার সমষ্টি হয়। মনে করি ইথার মাধ্যমের সাপেক্ষে যন্ত্রের বেগ ডান দিকে v এবং বিপরীতে $-v$, যদি আলোর সঠিক বেগ c হয় তবে যন্ত্রের সাপেক্ষে আলোর বেগ হবে $(c-v)$ AC বরাবর এবং A হতে C-তে যেতে সময় t_1 হলে সময় $t_1 = \frac{d}{c-v}$।

আলোক রশ্মি M_2 হতে প্রতিফলিত হয়ে ফেরত আসার সময় যন্ত্রের সাপেক্ষে আলোর বেগ হবে $(c+v)$ এবং সময়, $t_2 = \frac{d}{c+v}$।

অতএব আলোক রশ্মি A হতে C এবং C হতে A-তে ফিরে আসতে মোট সময় t হলে

$$t = t_1 + t_2 = \frac{d}{(c-v)} + \frac{d}{(c+v)} = \frac{d(c+v) + d(c-v)}{c^2 - v^2}$$

$$= \frac{dc + dv + dc - dv}{c^2 - v^2}$$

$$= \frac{2dc}{c^2 - v^2} = \frac{2d}{c\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)} = \frac{2d}{c}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1}$$

পৃথিবী ও যন্ত্র গতিশীল থাকার কারণে A হতে রশ্মিটি B অবস্থানে আপতিত না হয়ে B′ অবস্থানে আপতিত হবে।

অতএব $AB'A' = AB' + B'A' = 2AB'$

আবার $AB'^2 = AO^2 + OB'^2$

$$\therefore \quad c^2 t_1'^2 = v^2 t_1'^2 + d^2$$

$$\therefore \quad t_1' = \frac{d}{(c^2 - v^2)^{\frac{1}{2}}}$$

আবার A হতে B ও B হতে A-তে আসতে আলোর মোট সময় t' হলে

$$\text{সময় } t' = t_1' + t_1' = 2t_1' = \frac{2d}{(c^2 - v^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{2d}{c}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

আড়াআড়িভাবে ও লম্বিকভাবে আলোক রশ্মি চলাচল করবার জন্য দুই রকম সময় পাওয়া গেল। এই দুই রকম সময় t ও t'-এর পার্থক্যের ফলে ব্যতিচার নকশার সৃষ্টি হয়। যদি যন্ত্রটি স্থির থাকে বলে ধরা হয় তবে $\frac{v^2}{c^2}$ এর মান খুবই কম হয়। পরিষ্কারভাবে দেখা যাচ্ছে A হতে B-তে যেতে ও আসতে সময় t', A হতে C-তে যেতে ও আসতে সময় t অপেক্ষা কম যদিও উভয় ক্ষেত্রে আলোক রশ্মি একই দূরত্ব অতিক্রম করে ইথার মাধ্যমে।

অতএব সময়ের পার্থক্য $\Delta t = t - t'$

$$= \frac{2d}{c}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1} - \frac{2d}{c}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

যদি যন্ত্রের বা পৃথিবীর বেগ $v << c$ হয় তবে বাইনোমিয়াল (Binomial) তত্ত্ব দ্বারা সম্প্রসারিত করলে পাই

$$\Delta t = \frac{2d}{c}\left[\left(1+\frac{v^2}{c^2}\right) - \left(1-\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right)\right]$$

$$= \frac{2d}{c}\cdot\frac{v^2}{2c^2} = \frac{dv^2}{c^3}$$

এই Δt সময়ে আলো কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব = Δt × আলোর বেগ, $c = \frac{dv^2}{c^3} \times c = \frac{dv^2}{c^2}$। এই দূরত্ব হতে এটিই বুঝতে পারা যায় যে AC আলোর পথ AB আলোর পথ হতে বেশি। যন্ত্রটি গতিশীল থাকার কারণেই এই পথ পার্থক্যের সৃষ্টি হয়। যদি মাইকেলসন ব্যতিচার মাপক যন্ত্রের দুই বাহুর বিনিময় করা হয় অর্থাৎ পুরো যন্ত্রটিকে 90° কোণে ঘুরানো হয় তবে প্রথম বাহুটি দ্বিতীয় বাহুর স্থানে এবং দ্বিতীয় বাহুটি প্রথম বাহুর স্থানে আসে। এই অবস্থায় মোট পথ পার্থক্য হয় $\frac{2dv^2}{c^2}$। এই পথ পার্থক্যের কারণে দূরবিনে ব্যতিচার নকশার কিছু অপসারণ হয়। মনে করি সেই অপসারণের পরিমাণ n।

যেহেতু এক তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ-এর সমান পথ পার্থক্যে নকশার অপসারণ হয় 1 ব্যতিচার

$\therefore$ n ব্যতিচার অপসারণের জন্য পথ পার্থক্য হবে $n\lambda$

অতএব $n\lambda = \frac{2dv^2}{c^2}$, এখানে $n = \frac{2dv^2}{c^2\lambda}$

মাইকেলসন ও মর্লি দূরত্ব 'd'-কে বাড়িয়ে 11 m ধরেছিলেন।

পৃথিবীর কক্ষপথের বেগ, $v = 30\ \text{km-s}^{-1}$ বা $3 \times 10^6\ \text{cms}^{-1}$

আলোর বেগ, $c = 3 \times 10^{10}\ \text{cms}^{-1}$

এবং ব্যবহৃত আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda = 6 \times 10^{-5}\ \text{cms}^{-1}$ হলে উক্ত সমীকরণ অনুসারে ব্যতিচার নকশার অপসারণের পরিমাণ দাঁড়ায়,

$$n = \frac{2dv^2}{\lambda c^2} = \frac{2 \times 1100 \times 9 \times 10^{12}}{9 \times 10^{20} \times 6 \times 10^{-5}} = 0{\cdot}37 \approx 0{\cdot}4$$

৮·৩·১ পরীক্ষার ফলাফল বিশ্লেষণ
Analysis of the experimental result

এই পরীক্ষায় ব্যতিচার নকশার অপসারণ ব্যতিচার রেখার বিস্তৃতির 25 ভাগের এক ভাগ যা মাইকেলসনের সূক্ষ্ম যন্ত্রে মাপা সম্ভব হয়। এই অপসারণের পরিমাণ এতই সামান্য যে তাকে নগণ্য ধরা যায়। অর্থাৎ মাইকেলসনের মতে ব্যতিচার রেখাগুলির কোনো অপসারণ হয়নি। এটি হতে তিনি এই সিদ্ধান্তে উপনীত হন যে, স্থিতিশীল ইথার প্রকল্পের ফলাফল ভুল বা পৃথিবী ও ইথারের মধ্যে কোনো আপেক্ষিক বেগ নেই।

এই পরীক্ষাটি পৃথিবীর গভীরে, ওপরে, বছরের বিভিন্ন সময়ে বিভিন্ন স্থানে, এমনকি লেজার রশ্মি ব্যবহার করেও একই ফলাফল পাওয়া যায়। ফলে ইথার প্রবাহ তত্ত্বটি ভুল প্রমাণিত হয়েছে। এই সমস্ত ফলাফল বিবেচনা করে আইনস্টাইন তাঁর দ্বিতীয় স্বীকার্যে বলেছিলেন শূন্য স্থানে আলোর বেগ বিশ্বজনীনভাবে ধ্রুব।

বিজ্ঞানী মাইকেলসন এবং বিজ্ঞানী মর্লি ইথারের অস্তিত্ব প্রমাণের জন্যে পরীক্ষা সম্পাদন করেন এবং তাদের পরীক্ষা হতে নিম্নলিখিত সিদ্ধান্তে আসা যায়—

(ক) ইথার বলতে এই মহাবিশ্বে কিছু নেই।

(খ) গ্যালিলিয় রূপান্তর সঠিক নয়।

(গ) আলোকের বেগ একটি ধ্রুব রাশি। এটি উৎস অথবা পর্যবেক্ষণ বা মাধ্যমের গতির ওপর নির্ভর করে না।

জানার বিষয় : ইথার বলতে এ মহাবিশ্বে কিছুই নেই একথা বলেছেন বিজ্ঞানী মাইকেলসন ও মর্লি।

৮.৪ আইনস্টাইনের আপেক্ষিকতা তত্ত্ব
Einstein's theory of relativity

স্থান, কাল ও ভরকে নিউটন নিরপেক্ষ ধরেছিলেন; কিন্তু আলবার্ট আইনস্টাইন তাঁর আপেক্ষিক তত্ত্বে এগুলোকে আপেক্ষিক ধরেন। নিরপেক্ষ শব্দের অর্থ, কোনো কিছুর সাপেক্ষে যা পরিবর্তনশীল নয়। পূর্বে উল্লেখ করা হয়েছে যে কোনো বস্তুর অবস্থান, গতিবেগ পরিমাপের জন্য একটি কাঠামোর প্রয়োজন হয় এবং উক্ত কাঠামোর সাপেক্ষে বস্তুর উপস্থিতি তিনটি সংখ্যা দ্বারা প্রকাশ করা হয়। এছাড়া সময় পরিমাপের জন্য ঘড়ি বা অন্য কোনো মানদণ্ড প্রয়োজন হয়। এগুলো দেশ কালের কাঠামো নামে পরিচিত। বলবিদ্যা শাস্ত্র নিউটনের তিনটি সূত্রের ওপর ভিত্তি করে প্রতিষ্ঠিত হয়েছে। কিন্তু সেখানে উল্লেখ ছিল না কোন কাঠামোর সাপেক্ষে সূত্রগুলো প্রযোজ্য। বলবিদ্যার ধারণা হতে এও জানা গেছে যে, সব পরিমাপ কাঠামোর সাপেক্ষে নিউটনের সূত্রগুলো সত্য নয়। নিউটনের গতির প্রথম সূত্র আলোচনা করলে দেখা যায় একাধিক নিরীক্ষকের কাছে বস্তুর সমবেগ থাকে না। তাই গতি বা স্থিতির কাঠামো নিরপেক্ষ এর কোনো অর্থ থাকতে পারে না। যদি কোনো বস্তু পারিপার্শ্বিক কোনো কিছুর সাপেক্ষে স্থান পরিবর্তন না করে তার নাম স্থিতি, আর যদি পরিবর্তন করে তার নাম গতি, কাজেই আপেক্ষিক স্থিতি এবং আপেক্ষিক গতি ছাড়া অন্য কিছু বলা অর্থহীন। কিন্তু নিউটন পরম বেগের ধারণায় বিশ্বাসী ছিলেন। **পক্ষান্তরে আইনস্টাইন স্পষ্ট ভাষায় ব্যক্ত করেন যে স্থান, কাল এবং ভর এদের কোনোটিই নিরপেক্ষ বা পরম কিছু নয়, এগুলো আপেক্ষিক। এই তিনটি বিষয়ের প্রত্যেকটি অন্য কোনো কিছুর সাপেক্ষে বিবেচিত হয়। অর্থাৎ কোনো বিষয় অন্য কোনো কিছুর সাপেক্ষে বিবেচিত হবার নামই আপেক্ষিকতা। আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্ব অনুসারে পরম গতি নিরর্থক, সব গতিই আপেক্ষিক।**

আপেক্ষিক তত্ত্ব মূলত দুভাগে বিভক্ত, যথা—

(১) আপেক্ষিকতার সাধারণ বা সার্বিক তত্ত্ব (The general theory of relativity) এবং 1916

(২) আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্ব (The special theory of relativity)। 1905

আপেক্ষিকতার সাধারণ বা সার্বিক তত্ত্ব পরস্পরের তুলনায় ঊর্ধ্ব বা নিম্নগতিশীল (ত্বরিত) বস্তুসমূহ বা সিস্টেম (System) নিয়ে আলোচনা করেছে। যেমন সূর্য, চন্দ্র, নক্ষত্র, ধূমকেতু, উল্কাপিণ্ড প্রভৃতির গতি, মাধ্যাকর্ষণ এবং সমগ্র বিশ্বের গঠন সম্পর্কে তার বৈজ্ঞানিক ও দার্শনিক মতবাদসমূহ আপেক্ষিকতার সাধারণ তত্ত্বের অন্তর্ভুক্ত। এটি প্রকাশিত হয় 1916 সালে।

পক্ষান্তরে আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্ব শুধু পরস্পরের তুলনায় সমগতিতে সঞ্চরণশীল (অত্বরিত) বা অসঞ্চরণশীল (অপরিবর্তনীয়ভাবে শূন্যগতিবিশিষ্ট) বস্তু বা সিস্টেম নিয়ে আলোচনা করা হয়েছে। বস্তুত বিশেষ তত্ত্ব সার্বিক বা সাধারণ তত্ত্বের একটি বিশেষ রূপ। এটি আবিষ্কৃত হয় 1905 সালে। এই অধ্যায়ে আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্ব আলোচনা করা হবে। ⇒ বিশেষ তত্ত্ব সাধারণ তত্ত্বের একটি বিশেষ রূপ।

৮.৪.১ আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্ব এবং এর মৌলিক স্বীকার্য
The special theory of relativity and its fundamental postulates

1905 খ্রিস্টাব্দে বিজ্ঞানী আইনস্টাইন আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্ব প্রবর্তন করেন যা নিম্নলিখিত দুটি মৌলিক স্বীকার্যের ওপর প্রতিষ্ঠিত। এই দুটি স্বীকার্যকে আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্বের মৌলিক স্বীকার্য (Fundamental postulates of the special theory of relativity) বলে। নিম্নে স্বীকার্য দুটি বিবৃত ও ব্যাখ্যা করা হলো—

৮.৪.১.১ আপেক্ষিকতার মৌলিক স্বীকার্যসমূহ
Fundamental postulates of relativity

প্রথম স্বীকার্য :

জড় কাঠামোতে বা গ্যালিলিয় কাঠামোতে পদার্থবিজ্ঞানের সূত্রসমূহ অভিন্ন থাকে। অন্য কথায় বলা যায় পরস্পরের সাথে সমবেগে ধাবমান সকল প্রসঙ্গ কাঠামোতে পদার্থবিজ্ঞানের সূত্রগুলো একইরূপ সমীকরণ দ্বারা প্রকাশ করা যেতে পারে।

ব্যাখ্যা : নিউটনের গতি সূত্রের ১ম সূত্র যে প্রসঙ্গ কাঠামোতে প্রযুক্ত হয়, তাকে জড়তার কাঠামো বলে। যদি কোনো বস্তু জড়তায় (স্থির বা গতি) থাকে, তবে এর ওপর বাহ্যিক বল প্রযুক্ত না হলে এর অবস্থার কোনো পরিবর্তন হবে না। এই স্বীকার্য অনুসারে দুজন পর্যবেক্ষক একই রৈখিক বেগে চলতে থাকলে যে কোনো ভৌত সূত্রের রূপ বা অবস্থা একই থাকবে।

উদাহরণ : সমগতিসম্পন্ন কোনো ট্রেনযাত্রী কামরার ভেতরের কোনো পরীক্ষার সাহায্যে প্রমাণ করতে পারবেন না ট্রেন স্থির রয়েছে না চলছে। পদার্থবিজ্ঞানের সকল পরীক্ষার ফল ট্রেন স্থির থাকলেও যা হবে, সমবেগে চললেও তাই পাওয়া যাবে।

দ্বিতীয় স্বীকার্য :

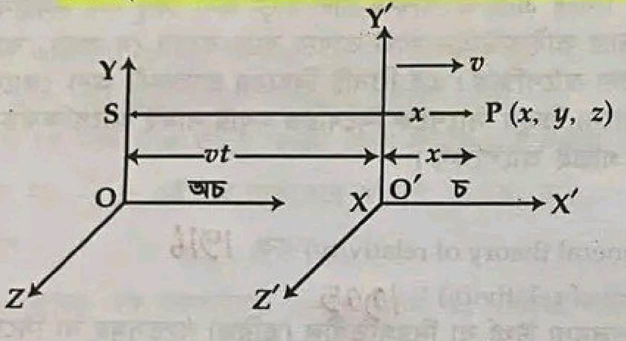
শূন্যস্থানে সকল পর্যবেক্ষকের নিকট আলোকের বেগ সর্বদা একই থাকে। এ বেগ আলোক প্রবাহের দিক, উৎস এবং পর্যবেক্ষকের আপেক্ষিক বেগের ওপর নির্ভর করে না।

ব্যাখ্যা : এই স্বীকার্যের পরিপ্রেক্ষিতে ইথারের অস্তিত্ব স্বীকার করা কোনো মতেই সম্ভব হয় না। তাছাড়া ইথার মাধ্যমের ওজন বা সান্দ্রতা কিছুই নির্ণয় করা যায় না। আইনস্টাইনের মতে আলোক পরিবাহী ইথারের প্রবর্তন অনাবশ্যক। মাইকেলসন-মর্লির পরীক্ষা এবং পরবর্তী যুগে বহু পরীক্ষা-নিরীক্ষার সাহায্যে প্রমাণিত হয়েছে যে শূন্যস্থানে বা বায়ু মাধ্যমে আলোকের বেগ আলোক প্রবাহের দিক, উৎস এবং পর্যবেক্ষকের আপেক্ষিক বেগের ওপর নির্ভরশীল নয়। এটি একটি ধ্রুব রাশি।

৮.৫ গ্যালিলিওর রূপান্তর
Galilean transformation

যদি কোনো ঘটনা একই সাথে দুটি পৃথক কাঠামোয় ঘটে, তবে স্বাভাবিকভাবেই দুটি কাঠামোর জন্যে দুই প্রকারের সেট স্থানাঙ্ক পাওয়া যাবে। উক্ত ঘটনার জন্যে দুই সেট স্থানাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করার নিমিত্তে যে সমীকরণ পাওয়া যায়, তাকেই গ্যালিলিওর রূপান্তর সমীকরণ বলে।

যদি দুটি কাঠামোই অভ্যন্তরীণ কাঠামো হয়, তবে সে রূপান্তরকেও গ্যালিলিয় রূপান্তর বলে।



চিত্র ৮.৪

মনে করি ভূ-পৃষ্ঠে স্থির অচ-একটি কাঠামো [চিত্র ৮.৪]। এর সাপেক্ষে X-অক্ষ বরাবর চলমান চ-কাঠামোর বেগ v। $t = 0$ সময়ে উভয় কাঠামোর মূল বিন্দু O এবং O′ এক জায়গায় থাকলে $t = t$ সময় পরে O′ বিন্দু O হতে vt দূরত্বে অবস্থান করবে। P বিন্দুর স্থানাঙ্ক অচ-কাঠামোতে (x, y, z) হলে t সময়ে ওই বিন্দুর স্থানাঙ্ক চ-কাঠামোতে,

$$\boxed{x' = x - vt} \quad \ldots \quad (8.1)$$

চ কাঠামো X-অক্ষ বরাবর গতিশীল বলে Y ও Z অক্ষে কোনো পরিবর্তন হবে না; অর্থাৎ

$$y' = y \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.2)$$

$$z' = z \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.3)$$

পূর্বে সকল কাঠামোতে সময় অভিন্ন বলে,

$$t' = t \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.4)$$

সুতরাং, অচ-কাঠামোর কোনো সমীকরণকে চ-কাঠামোতে রূপান্তরিত করতে হলে ওপরের সমীকরণগুলো ব্যবহার করতে হবে। এই সমীকরণগুলোকে গ্যালিলিয় রূপান্তর বলা হয়। এই রূপান্তরণে বলবিদ্যার সূত্রসমূহ সকল কাঠামোয় অভিন্ন থাকে।

সমীকরণ (8.1) হতে (8.3) সমীকরণগুলোকে সময়ের সাপেক্ষে ব্যবকলন করে অচ ও চ কাঠামোর জন্য বেগের রূপান্তর সমীকরণ পাওয়া যায়,

$$v_x' = \frac{dx'}{dt} = \frac{d}{dt}(x - vt) = \frac{dx}{dt} - v = v_x - v \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.5)$$

$$v_y' = \frac{dy'}{dt} = v_y \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.6)$$

$$v_z' = \frac{dz'}{dt} = v_z \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.7)$$

সমীকরণ (8.5), (8.6) ও (8.7) হলো বেগ রূপান্তরের সমীকরণ। গ্যালিলিয় রূপান্তর ও বেগে রূপান্তর উভয়ই আপেক্ষিকতার বিশেষে স্বীকার্য দুটির পরিপন্থী। কীভাবে পরিপন্থী তাই এখন আলোচনা করা হবে।

৮.৫.১ গ্যালিলিওর রূপান্তরের সীমাবদ্ধতা
Limitation of Galileo's transformation

১। আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্বের প্রথম স্বীকার্য অনুসারে অচ ও চ কাঠামোতে পদার্থবিজ্ঞানের সূত্রগুলো অবশ্যই একই রূপ হবে। কিন্তু তড়িৎ চুম্বকীয় সূত্রগুলোর ক্ষেত্রে এক কাঠামোর জন্য প্রযোজ্য সমীকরণগুলো অপর কাঠামোতে প্রকাশ করতে গেলে ভিন্ন রূপ হয়। এটি অপেক্ষিকতার প্রথম স্বীকার্যের পরিপন্থী।

২। পুনঃ আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্বের দ্বিতীয় স্বীকার্য অনুসারে অচ ও চ উভয় কাঠামোতে আলোর বেগ একই হবে। কিন্তু গ্যালিলিয় রূপান্তরণে ভিন্ন রূপ হয়।

ব্যাখ্যা : ধরা যাক অচ কাঠামোতে X-অক্ষের দিকে পরিমাপ করে আলোর বেগ পাই c, সমীকরণ (8.5) অনুসারে চ কাঠামোতে আলোর বেগ হবে $c' = c - v$; অর্থাৎ আলোর বেগ পর্যবেক্ষকের বেগের ওপর নির্ভরশীল যা আপেক্ষিকতার দ্বিতীয় স্বীকার্যের পরিপন্থী।

৮·৬ লরেঞ্জ-এর রূপান্তর
Lorentz's transformation

যে রূপান্তর সূত্র প্রয়োগে বিদ্যুৎ চুম্বকীয় সমীকরণ এক জড় কাঠামো থেকে অন্য কাঠামোতে নিলে অভিন্নরূপে প্রকাশিত হয় তা লরেঞ্জ রূপান্তর সূত্র নামে পরিচিত।

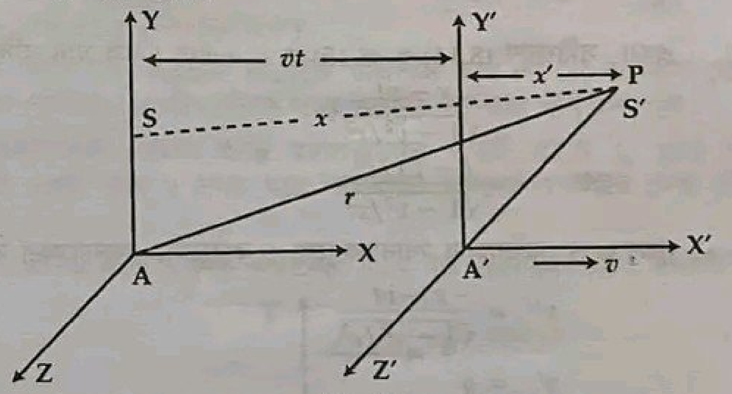
লরেঞ্জ-এর রূপান্তর সূত্র বা সমীকরণ নিম্নলিখিত দুটি স্বীকার্যের ওপর প্রতিষ্ঠিত।

স্বীকার্য (১) : পদার্থবিদ্যার সূত্রগুলো সকল অভ্যন্তরীণ কাঠামোয় অভিন্ন থাকে; তবে কাঠামোগুলোকে পরস্পরের সাপেক্ষে সমবেগে গতিশীল থাকতে হবে।

স্বীকার্য (২) : শূন্যস্থানে আলোর বেগ সর্বদা ধ্রুব থাকে, এটি একটি অভ্যন্তরীণ কাঠামো হতে অন্যটিতে রূপান্তরিত হলেও মান অপরিবর্তিত থাকে এবং আলোর এই বেগ $c = 3 \times 10^8\ ms^{-1}$। এই মান দর্শকের স্থিতি বা গতিশীলতার ওপর নির্ভর করে না।

উপরোক্ত স্বীকার্যের ভিত্তিতে লরেন্জ নতুন রূপান্তর সমীকরণ আবিষ্কার করেন যা লরেঞ্জ সমীকরণ নামে পরিচিত। নিম্নে লরেঞ্জের রূপান্তর সমীকরণসমূহ প্রতিপাদন করা হলো।

ধরা যাক দুটি কাঠামো S এবং S′-এ দুজন পর্যবেক্ষক A এবং A′ রয়েছে। S কাঠামো সাপেক্ষে কাঠামো S′ ধনাত্মক X অক্ষ বরাবর v সমবেগে গতিশীল [চিত্র ৮·৫]। মনে করি, কাঠামো দুটি $t = 0$ সময়ে একই অবস্থানে রয়েছে। এ অবস্থায় একটি ঘটনা, মনে করা যাক একটি আলোক স্ফুলিঙ্গ (pulse) তরঙ্গমুখ সৃষ্টি করা হলো। এভাবে সৃষ্ট তরঙ্গমুখ সময়ের পরিবর্তনের সঙ্গে বর্ধিত গোলীয় আকারে প্রসারিত হতে থাকবে। t সময় পরে স্থির কাঠামো S-এর পর্যবেক্ষক A দেখবে যে তরঙ্গমুখ P বিন্দুতে পৌঁছেছে। A পর্যবেক্ষকের নিকট P বিন্দুর দূরত্ব হবে,



চিত্র ৮·৫

$$r = ct \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.8)$$

আবার, $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ [চিত্র ৮·৫ থেকে]

$$\therefore \quad r^2 = x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.9)$$

S′ কাঠামোর পর্যবেক্ষকের কাছে P বিন্দুর দূরত্ব হবে,

$$r' = ct' \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.10)$$

S′ কাঠামোর সাপেক্ষে,

$$r'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2t'^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.11)$$

এখন আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্বের ১ম স্বীকার্য অনুসারে উভয় কাঠামোয় পদার্থবিজ্ঞানের সমীকরণগুলো অভিন্ন হবে।

অর্থাৎ $x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.12)$

এখন Y এবং Z অক্ষ বরাবর গতি না থাকার কারণে, $y' = y$ এবং $z' = z$ হবে।

অতএব, সমীকরণ (8.12) থেকে,

$$x^2 - c^2t^2 = x'^2 - c^2t'^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.13)$$

এখন x এবং x'এর রূপান্তর সমীকরণ নিম্নোক্তভাবে লেখা যায়

$$x' = k(x - vt) \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.14)$$

এখানে k ধ্রুবক। সমীকরণ (8.14) এর যৌক্তিকতা হলো এই যে স্বল্পমাত্রার বেগ $(v << c)$-এর জন্য রূপান্তর অবশ্যই গ্যালিলিয় রূপান্তরের রূপ নেবে।

অনুরূপভাবে, ধরা যায়,

$$t' = a(t - bx) \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.15)$$

এখানে a ও b উভয়ই ধ্রুব।

বিপরীত লরেঞ্জ রূপান্তর সমীকরণগুলো হলো,

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad [8.20(a)]$$

$$y = y' \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad [8.21(a)]$$

$$z = z' \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad [8.22(a)]$$

$$\boxed{t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad [8.23(a)]$$

৮.৭ আপেক্ষিকতা তত্ত্ব অনুসারে সময় প্রসারণ (বা কাল দীর্ঘায়ন), দৈর্ঘ্য সংকোচন ও ভর বৃদ্ধি

Time dilation, length contraction and increase of mass according to the theory of relativity

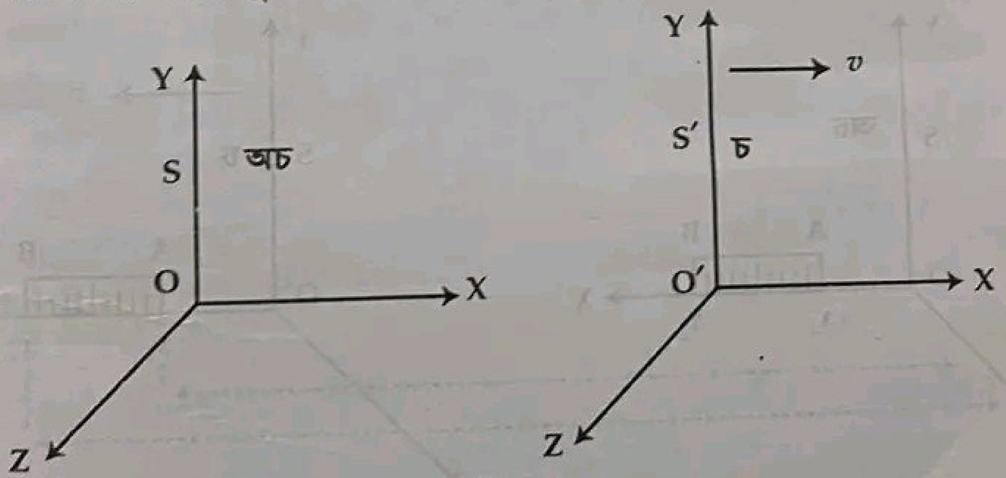
৮.৭.১ আপেক্ষিকতা তত্ত্ব অনুসারে সময় প্রসারণ

Time dilation according to the theory of relativity

কোনো জড় বা স্থির কাঠামোতে সংঘটিত ঘটনা উক্ত কাঠামো সাপেক্ষে গতিশীল অন্য কোনো কাঠামো থেকে লক্ষ করলে দেখা যাবে ঘটনার সময় ব্যবধান বৃদ্ধি পেয়েছে। এ বিষয়টিকে সময় প্রসারণ বা কাল দীর্ঘায়ন বলে।

বুঝার সুবিধার্থে ধরা যাক মহাশূন্যে অবস্থানকারী কোনো ব্যক্তি মহাশূন্যযানে একটি ঘটনা t_0 সময় ধরে পর্যবেক্ষণ করলেন। ভূপৃষ্ঠ থেকে কোনো ব্যক্তি ওই একই ঘটনা t সময় ধরে পর্যবেক্ষণ করলেন। তাহলে দেখা যাবে যে, সময় t, সময় t_0 অপেক্ষা দীর্ঘতম হবে।

ব্যাখ্যা : মনে করি S এবং S′ দুটি কাঠামো। এদের মধ্যে S স্থির কাঠামো। একে অচ-কাঠামো বলি। অপরটি S′



চিত্র ৮.৬

কাঠামো যা v বেগে + ve X অক্ষের দিকে S কাঠামো সাপেক্ষে গতিশীল। একে চ-কাঠামো বলি।

ধরি চ-কাঠামোর x' বিন্দুতে একটি ঘড়ি রয়েছে। উক্ত কাঠামোতে স্থিতিশীল একজন পর্যবেক্ষক কোনো ঘটনার সময় t'_1 নির্ণয় করলেন। অচ-কাঠামোর একজন পর্যবেক্ষক v বেগে গতিশীল হওয়ায় ওই ঘটনার সময় t_1 নির্ণয় করলেন। এখন লরেঞ্জ-এর বিপরীত রূপান্তর সমীকরণ অনুসারে (Lorentz's inverse transformation)

$$t_1 = \frac{t_1' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.24)$$

এখন t_0 সময় পর চ-কাঠামোর পর্যবেক্ষক দেখতে পাবে তাঁর ঘড়ি অনুসারে সময় t_2'; অর্থাৎ $t_0 = t_2' - t_1'$

কিন্তু অচ-কাঠামোর পর্যবেক্ষকের মতে তাঁর ঘড়ি অনুসারে সময় হলো t_2 এবং

$$t_2 = \frac{t_2' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.25)$$

সুতরাং এই পর্যবেক্ষকের কাছে ঘটনার সময় কাল

$$t = t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{t_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$\therefore\ t_0 = t\sqrt{1-v^2/c^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.26)$$

সমীকরণ (8.26) হতে প্রমাণিত হয় যে $t > t_0$, অর্থাৎ গতিশীল কাঠামোতে সময় দীর্ঘ হয়। একে সময় প্রসারণ বলে।

সিদ্ধান্ত : গতিশীল অবস্থায় থাকা ঘড়ি নিশ্চল অবস্থায় থাকা ঘড়ির চেয়ে ধীরে চলে। অর্থাৎ গতিশীল অবস্থায় থাকা ঘড়ির সময় স্থির অবস্থায় থাকা ঘড়ির চেয়ে $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ পরিমাণ বৃদ্ধি পাবে।

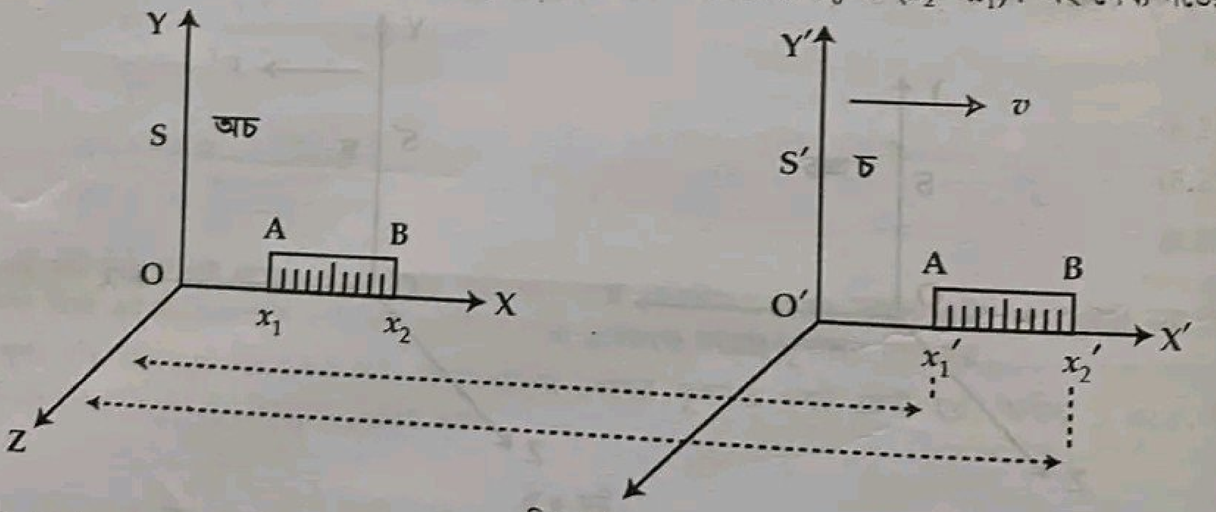
৮.৭.২ আপেক্ষিকতা তত্ত্ব অনুসারে দৈর্ঘ্য সংকোচন
Length contraction according to the theory of relativity

চিরায়ত বলবিদ্যা অনুসারে বস্তুর সাপেক্ষে পর্যবেক্ষকের বেগ বা পর্যবেক্ষকের সাপেক্ষে বস্তুর বেগ যাই হোক না কেন, সকল পর্যবেক্ষকের নিকট বস্তুর দৈর্ঘ্য একই থাকে। কিন্তু আপেক্ষিক তত্ত্ব অনুসারে বস্তু ও পর্যবেক্ষকের মধ্যে আপেক্ষিক বেগ থাকলে বস্তুর দৈর্ঘ্য পর্যবেক্ষকের কাছে কম বলে মনে হয়। একে দৈর্ঘ্য সংকোচন বলে।

পর্যবেক্ষকের সাপেক্ষে কোনো বস্তুর গতিশীল অবস্থার দৈর্ঘ্য, ওই বস্তুর স্থির অবস্থার দৈর্ঘ্যের চেয়ে ছোট হয় এবং এই প্রভাবকে দৈর্ঘ্য সংকোচন বলে।

দৈর্ঘ্য সঙ্কোচন নির্ণয় : আমরা জানি কোনো একটি বস্তুর দুই প্রান্তের মধ্যবর্তী দূরত্বই তার দৈর্ঘ্য। এখন দুটি কাঠামো বিবেচনা করি। একটি S কাঠামো, অপরটি S′ কাঠামো [চিত্র ৮.৭]। এখানে S কাঠামো স্থির। একে **অচ** দিয়ে সূচিত করি এবং S′ গতিশীল কাঠামো। একে **চ** দিয়ে সূচিত করি। স্থির অবস্থায় AB দণ্ড বিবেচনা করি।

মনে করি **অচ** কাঠামোর X অক্ষ বরাবর একটি দণ্ড শায়িত আছে। এই কাঠামোর কোনো পর্যবেক্ষক যেকোনো সময়ে দুই প্রান্তের স্থানাঙ্ক নির্ণয় করল x_1 এবং x_2। তার মতে দণ্ডটির দৈর্ঘ্য $L_0 = (x_2 - x_1)$। এই দৈর্ঘ্য দণ্ডের প্রকৃত



চিত্র ৮.৭

এবং স্বকীয় দৈর্ঘ্য অর্থাৎ পর্যবেক্ষক সাপেক্ষে স্থির অবস্থায় প্রাপ্ত দৈর্ঘ্য। **চ**-কাঠামো **অচ**-কাঠামোর সাপেক্ষে v বেগে গতিশীল এবং এই কাঠামোর একজন পর্যবেক্ষক একই সময়ে দণ্ডের প্রান্ত দুটির স্থানাঙ্ক নির্ণয় করলেন x_1' এবং x_2'। সুতরাং তাঁর মাপে দণ্ডের দৈর্ঘ্য, $L = (x_2' - x_1')$।

অতএব লরেঞ্জ-এর বিপরীত রূপান্তর সমীকরণ অনুসারে

$$x_2 = \frac{x_2' + vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.27)$$

$$x_1 = \frac{x_1' + vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.28)$$

এখন সমীকরণ (8.27) হতে (8.28)-কে বিয়োগ করে পাই,

$$x_2 - x_1 = \frac{x_2' - x_1'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

আবার, $L_0 = \dfrac{L}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ ... ... (8.30)

বা, $L = L_0\sqrt{1-v^2/c^2}$ ... ... (8.31)

সমীকরণ (8.31) হতে প্রমাণিত হয় যে, $L_0 > L$ অর্থাৎ কোনো দণ্ডের গতিশীল দৈর্ঘ্য দণ্ডটির নিশ্চল অবস্থার দৈর্ঘ্যের চেয়ে ছোট হবে। এই ঘটনাকে বলা হয় লরেঞ্জ ফিটজেরাল্ড সংকোচন (Lorents-Fitz Gerald contraction)।

অতএব S কাঠামোর কোনো পর্যবেক্ষকের নিকট S′ কাঠামোতে দণ্ডের দৈর্ঘ্য $\sqrt{1-v^2/c^2}$ পরিমাণ ছোট মনে হবে।

$L = L \times \frac{1}{3}$

গাণিতিক উদাহরণ ৮.১

১। একটি কাল্পনিক ট্রেন কত দ্রুতিতে চললে এর চলমান দৈর্ঘ্য নিশ্চল দৈর্ঘ্যের এক-তৃতীয়াংশ হবে ?

[কু. বো. ২০১১; য. বো. ২০০৮, ২০০১]

এখানে,
কাল্পনিক ট্রেনের প্রকৃত দৈর্ঘ্য $= L_0$
কাল্পনিক ট্রেনের চলমান দৈর্ঘ্য $= L$
$\dfrac{L}{L_0} = \dfrac{1}{3}$
$c = 3\times10^8\ \text{ms}^{-1}$
$v = ?$

আমরা জানি,

$$L = L_0\sqrt{1-v^2/c^2}$$

বা, $\dfrac{L}{L_0} = \sqrt{1-v^2/c^2}$

প্রশ্নানুসারে, $\dfrac{1}{3} = \sqrt{1-v^2/c^2}$

বা, $\dfrac{1}{9} = 1 - v^2/c^2$

বা, $\dfrac{v^2}{c^2} = 1-\dfrac{1}{9} = \dfrac{8}{9}$

বা, $v^2 = \dfrac{8}{9}c^2$

$\therefore\ v = \sqrt{\dfrac{8}{9}\times c^2} = \sqrt{\dfrac{8}{9}\times(3\times10^8)^2}$

$= \sqrt{\dfrac{8}{9}\times 9\times10^{16}} = 2{\cdot}83\times10^8\ \text{ms}^{-1}$

২। ভূপৃষ্ঠের একটি রকেটের দৈর্ঘ্য 100 m। রকেটটি ভূ-পৃষ্ঠের কোনো স্থির পর্যবেক্ষকের সাপেক্ষে চলতে থাকলে এর দৈর্ঘ্য 99·5 m মনে হয়। রকেটটির গতি নির্ণয় কর। [রা. বো. ২০০১]

এখানে,
$L_0 = 100\ \text{m}$
$L = 99{\cdot}5\ \text{m}$
$c = 3\times10^8\ \text{ms}^{-1}$

আমরা জানি,

$$L_0 = \frac{L}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$\therefore\ 100 = \dfrac{99{\cdot}5}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

বা, $100\times100 = \dfrac{99{\cdot}5\times99{\cdot}5}{1-\frac{v^2}{c^2}}$

বা, $1-\dfrac{v^2}{c^2} = \dfrac{99{\cdot}5\times99{\cdot}5}{100\times100} = 0{\cdot}990025$

বা, $\dfrac{v^2}{c^2} = 1-0{\cdot}990025 = 9{\cdot}975\times10^{-3}$

বা, $\dfrac{v}{c} = 0{\cdot}0998$

$\therefore\ v = 0{\cdot}0998\,c = 0{\cdot}0998\times3\times10^8 = 29{\cdot}96\times10^6\ \text{ms}^{-1}$

৩। একজন মহাশূন্যচারী 25 বছর বয়সে $2.6 \times 10^8\ ms^{-1}$ বেগে গতিশীল একটি মহাশূন্যযানে চড়ে ভ্রমণে বের হলেন। 40 বছর পর (ভূপৃষ্ঠের সময় গণনায়) তিনি পৃথিবীতে ফিরে এলেন। মহাশূন্যচারীর কাছে তাঁর বয়স তখন কত হবে?

আমরা জানি,

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

বা, $t_0 = t\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

$\therefore\ t_0 = 40 \times \sqrt{1 - \frac{(2.6 \times 10^8)^2}{(3 \times 10^8)^2}}$

$= 40 \times \sqrt{0.24} = 40 \times 0.499$

$= 19.955 \simeq 20$ y

$\therefore$ মহাশূন্যচারীর বয়স হবে, 25 y + 20 y = 45 y

এখানে,

ভূপৃষ্ঠ হতে পরিমাপ্য সময় ব্যবধান

$t = 40$ বছর

মহাশূন্যযানের দ্রুতি, $v = 2.6 \times 10^8\ ms^{-1}$

আলোর দ্রুতি, $c = 3 \times 10^8\ ms^{-1}$

মহাশূন্যে মহাশূন্যচারীর বয়স বৃদ্ধি, $t_0 = ?$

৪। একটি মহাশূন্যযান কত দ্রুত ভ্রমণ করলে মহাশূন্যে 1 দিন অতিবাহিত হলে পৃথিবীতে 2 দিন অতিবাহিত হওয়ার সমান হবে? [KUET Admission Test, 2005–06; RUET Admission Test, 2012–13]

আমরা জানি,

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\quad \text{বা,}\ 2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

বা, $\frac{1}{2} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

$\therefore\ \frac{1}{4} = 1 - \frac{v^2}{c^2}$

$\frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4}$

$\therefore\ v = \frac{\sqrt{3}}{2} c = 0.866 \times 3 \times 10^8\ ms^{-1} = 2.598 \times 10^8\ ms^{-1}$

৫। একজন লোকের ভর 99 kg। কত বেগের উড়ন্ত রকেটে থাকাকালীন মাটিতে অবস্থিত একজন পর্যবেক্ষকের নিকট তার ভর 100 kg হবে? [CUET Admission Test, 2003–04]

আমরা জানি,

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

বা, $1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{m_0^2}{m^2}$

বা, $\frac{m^2 - m_0^2}{m^2} = \frac{v^2}{c^2}$

বা, $v^2 = \left(\frac{m^2 - m_0^2}{m^2}\right) \times c^2$

$= \left(\frac{100^2 - 99^2}{100^2}\right) \times 9 \times 10^{16}$

$\therefore\ v = 4.23 \times 10^7\ ms^{-1}$

৮.৭.৩ ভর বৃদ্ধি (আপেক্ষিকতা তত্ত্ব অনুসারে)
Increase of mass (according to the theory of relativity)

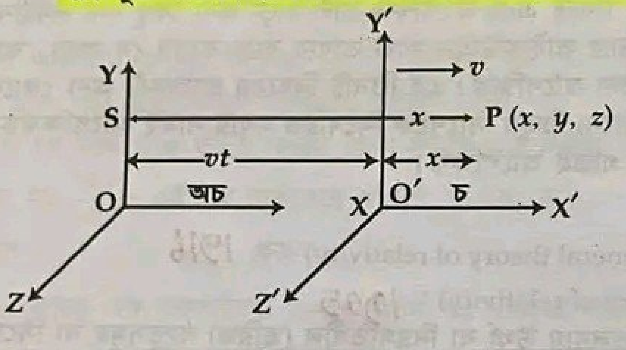
নিউটনীয় বলবিদ্যায় আমরা জেনেছি বস্তুর ভর ধ্রুব রাশি। স্থান, কাল ও গতির পরিবর্তনের ওপর এটি নির্ভরশীল নয়। কিন্তু আইনস্টাইনের আপেক্ষিক তত্ত্বের মতে দৈর্ঘ্য ও সময়ের মতো বস্তুর ভরও গতিশীলতার ওপর নির্ভরশীল। আপেক্ষিক তত্ত্বানুসারে বস্তুর বেগের সাথে ভর বৃদ্ধি পায়। এ ঘটনাকে ভরের আপেক্ষিকতা ...

ব্যাখ্যা : এই স্বীকার্যের পরিপ্রেক্ষিতে ইথারের অস্তিত্ব স্বীকার করা কোনো মতেই সম্ভব হয় না। তাছাড়া ইথার মাধ্যমের ওজন বা সান্দ্রতা কিছুই নির্ণয় করা যায় না। আইনস্টাইনের মতে আলোক পরিবাহী ইথারের প্রবর্তন অনাবশ্যক। মাইকেলসন-মর্লির পরীক্ষা এবং পরবর্তী যুগে বহু পরীক্ষা-নিরীক্ষার সাহায্যে প্রমাণিত হয়েছে যে শূন্যস্থানে বা বায়ু মাধ্যমে আলোকের বেগ আলোক প্রবাহের দিক, উৎস এবং পর্যবেক্ষকের আপেক্ষিক বেগের ওপর নির্ভরশীল নয়। এটি একটি ধ্রুব রাশি। →c

৮.৫ গ্যালিলিওর রূপান্তর
Galilean transformation

যদি কোনো ঘটনা একই সাথে দুটি পৃথক কাঠামোয় ঘটে, তবে স্বাভাবিকভাবেই দুটি কাঠামোর জন্যে দুই প্রকারের সেট স্থানাঙ্ক পাওয়া যাবে। উক্ত ঘটনার জন্যে দুই সেট স্থানাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করার নিমিত্তে যে সমীকরণ পাওয়া যায়, তাকেই গ্যালিলিওর রূপান্তর সমীকরণ বলে।

যদি দুটি কাঠামোই অভ্যন্তরীণ কাঠামো হয়, তবে সে রূপান্তরকেও গ্যালিলিয় রূপান্তর বলে।



চিত্র ৮.৪

মনে করি ভূ-পৃষ্ঠে স্থির অচ-একটি কাঠামো [চিত্র ৮.৪]। এর সাপেক্ষে X-অক্ষ বরাবর চলমান চ-কাঠামোর বেগ v। $t = 0$ সময়ে উভয় কাঠামোর মূল বিন্দু O এবং O′ এক জায়গায় থাকলে $t = t$ সময় পরে O′ বিন্দু O হতে vt দূরত্বে অবস্থান করবে। P বিন্দুর স্থানাঙ্ক অচ-কাঠামোতে (x, y, z) হলে t সময়ে ওই বিন্দুর স্থানাঙ্ক চ-কাঠামোতে,

$$\boxed{x' = x - vt} \quad \ldots \quad (8.1)$$

চ কাঠামো X-অক্ষ বরাবর গতিশীল বলে Y ও Z অক্ষে কোনো পরিবর্তন হবে না; অর্থাৎ

$$y' = y \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.2)$$

$$z' = z \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.3)$$

পূর্বে সকল কাঠামোতে সময় অভিন্ন বলে,

$$t' = t \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.4)$$

সুতরাং, অচ-কাঠামোর কোনো সমীকরণকে চ-কাঠামোতে রূপান্তরিত করতে হলে ওপরের সমীকরণগুলো ব্যবহার করতে হবে। এই সমীকরণগুলোকে গ্যালিলিয় রূপান্তর বলা হয়। এই রূপান্তরণে বলবিদ্যার সূত্রসমূহ সকল কাঠামোয় অভিন্ন থাকে।

সমীকরণ (8.1) হতে (8.3) সমীকরণগুলোকে সময়ের সাপেক্ষে ব্যবকলন করে অচ ও চ কাঠামোর জন্য বেগের রূপান্তর সমীকরণ পাওয়া যায়,

$$v_x' = \frac{dx'}{dt} = \frac{d}{dt}(x - vt) = \frac{dx}{dt} - v = v_x - v \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.5)$$

$$v_y' = \frac{dy'}{dt} = v_y \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.6)$$

$$v_z' = \frac{dz'}{dt} = v_z \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.7)$$

সমীকরণ (8.5), (8.6) ও (8.7) হলো বেগ রূপান্তরের সমীকরণ। গ্যালিলিয় রূপান্তর ও বেগে রূপান্তর উভয়ই আপেক্ষিকতার বিশেষে স্বীকার্য দুটির পরিপন্থী। কীভাবে পরিপন্থী তাই এখন আলোচনা করা হবে।

৮.৫.১ গ্যালিলিওর রূপান্তরের সীমাবদ্ধতা
Limitation of Galileo's transformation

১। আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্বের প্রথম স্বীকার্য অনুসারে অচ ও চ কাঠামোতে পদার্থবিজ্ঞানের সূত্রগুলো অবশ্যই একই রূপ হবে। কিন্তু তড়িৎ চুম্বকীয় সূত্রগুলোর ক্ষেত্রে এক কাঠামোর জন্য প্রযোজ্য সমীকরণগুলো অপর কাঠামোতে প্রকাশ করতে গেলে ভিন্ন রূপ হয়। এটি অপেক্ষিকতার প্রথম স্বীকার্যের পরিপন্থী।

২। পুনঃ আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্বের দ্বিতীয় স্বীকার্য অনুসারে অচ ও চ উভয় কাঠামোতে আলোর বেগ একই হবে। কিন্তু গ্যালিলিয় রূপান্তরণে ভিন্ন রূপ হয়।

ব্যাখ্যা : ধরা যাক অচ কাঠামোতে X-অক্ষের দিকে পরিমাপ করে আলোর বেগ পাই c, সমীকরণ (8.5) অনুসারে চ কাঠামোতে আলোর বেগ হবে $c' = c - v$; অর্থাৎ আলোর বেগ পর্যবেক্ষকের বেগের ওপর নির্ভরশীল যা আপেক্ষিকতার দ্বিতীয় স্বীকার্যের পরিপন্থী।

৮·৬ লরেঞ্জ-এর রূপান্তর
Lorentz's transformation

যে রূপান্তর সূত্র প্রয়োগে বিদ্যুৎ চুম্বকীয় সমীকরণ এক জড় কাঠামো থেকে অন্য কাঠামোতে নিলে অভিন্নরূপে প্রকাশিত হয় তা লরেঞ্জ রূপান্তর সূত্র নামে পরিচিত।

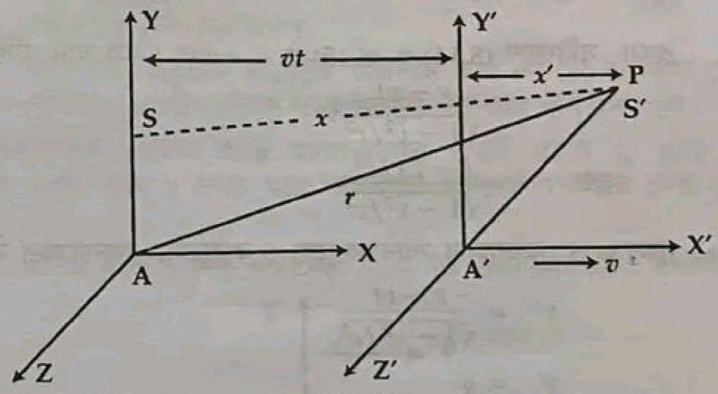
লরেঞ্জ-এর রূপান্তর সূত্র বা সমীকরণ নিম্নলিখিত দুটি স্বীকার্যের ওপর প্রতিষ্ঠিত।

স্বীকার্য (১) : পদার্থবিদ্যার সূত্রগুলো সকল অভ্যন্তরীণ কাঠামোয় অভিন্ন থাকে; তবে কাঠামোগুলোকে পরস্পরের সাপেক্ষে সমবেগে গতিশীল থাকতে হবে।

স্বীকার্য (২) : শূন্যস্থানে আলোর বেগ সর্বদা ধ্রুব থাকে, এটি একটি অভ্যন্তরীণ কাঠামো হতে অন্যটিতে রূপান্তরিত হলেও মান অপরিবর্তিত থাকে এবং আলোর এই বেগ $c = 3 \times 10^8\ \text{ms}^{-1}$। এই মান দর্শকের স্থিতি বা গতিশীলতার ওপর নির্ভর করে না।

উপরোক্ত স্বীকার্যের ভিত্তিতে লরেন্জ নতুন রূপান্তর সমীকরণ আবিষ্কার করেন যা লরেঞ্জ সমীকরণ নামে পরিচিত। নিম্নে লরেঞ্জের রূপান্তর সমীকরণসমূহ প্রতিপাদন করা হলো।

ধরা যাক দুটি কাঠামো S এবং S′-এ দুজন পর্যবেক্ষক A এবং A′ রয়েছে। S কাঠামো সাপেক্ষে কাঠামো S′ ধনাত্মক X অক্ষ বরাবর v সমবেগে গতিশীল [চিত্র ৮·৫]। মনে করি, কাঠামো দুটি $t = 0$ সময়ে একই অবস্থানে রয়েছে। এ অবস্থায় একটি ঘটনা, মনে করা যাক একটি আলোক স্ফুলিঙ্গ (pulse) তরঙ্গমুখ সৃষ্টি করা হলো। এভাবে সৃষ্ট তরঙ্গমুখ সময়ের পরিবর্তনের সঙ্গে বর্ধিত গোলীয় আকারে প্রসারিত হতে থাকবে। t সময় পরে স্থির কাঠামো S-এর পর্যবেক্ষক A দেখবে যে তরঙ্গমুখ P বিন্দুতে পৌঁছেছে। A পর্যবেক্ষকের নিকট P বিন্দুর দূরত্ব হবে,



চিত্র ৮·৫

$$r = ct \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (8.8)$$

আবার, $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ [চিত্র ৮·৫ থেকে]

$$\therefore \quad r^2 = x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2 \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (8.9)$$

S′ কাঠামোর পর্যবেক্ষকের কাছে P বিন্দুর দূরত্ব হবে,

$$r' = ct' \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (8.10)$$

S′ কাঠামোর সাপেক্ষে,

$$r'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2t'^2 \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (8.11)$$

এখন আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্বের ১ম স্বীকার্য অনুসারে উভয় কাঠামোয় পদার্থবিজ্ঞানের সমীকরণগুলো অভিন্ন হবে।

অর্থাৎ $$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 \quad \cdots \quad \cdots \quad (8.12)$$

এখন Y এবং Z অক্ষ বরাবর গতি না থাকার কারণে, $y' = y$ এবং $z' = z$ হবে।

অতএব, সমীকরণ (8.12) থেকে,

$$x^2 - c^2t^2 = x'^2 - c^2t'^2 \quad \cdots \quad \cdots \quad (8.13)$$

এখন x এবং x'এর রূপান্তর সমীকরণ নিম্নোক্তভাবে লেখা যায়

$$x' = k(x - vt) \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (8.14)$$

এখানে k ধ্রুবক। সমীকরণ (8.14) এর যৌক্তিকতা হলো এই যে স্বল্পমাত্রার বেগ ($v << c$)-এর জন্য রূপান্তর অবশ্যই গ্যালিলিয় রূপান্তরের রূপ নেবে।

অনুরূপভাবে, ধরা যায়,

$$t' = a(t - bx) \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (8.15)$$

এখানে a ও b উভয়ই ধ্রুব।

বিপরীত লরেঞ্জ রূপান্তর সমীকরণগুলো হলো,

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad [8.20(a)]$$

$$y = y' \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad [8.21(a)]$$

$$z = z' \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad [8.22(a)]$$

$$\boxed{t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad [8.23(a)]$$

৮.৭ আপেক্ষিকতা তত্ত্ব অনুসারে সময় প্রসারণ (বা কাল দীর্ঘায়ন), দৈর্ঘ্য সংকোচন ও ভর বৃদ্ধি

Time dilation, length contraction and increase of mass according to the theory of relativity

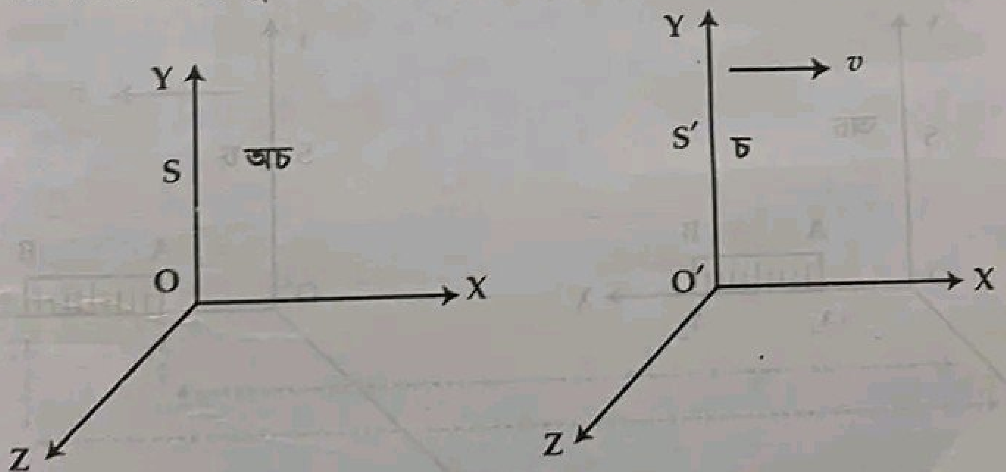
৮.৭.১ আপেক্ষিকতা তত্ত্ব অনুসারে সময় প্রসারণ

Time dilation according to the theory of relativity

কোনো জড় বা স্থির কাঠামোতে সংঘটিত ঘটনা উক্ত কাঠামো সাপেক্ষে গতিশীল অন্য কোনো কাঠামো থেকে লক্ষ করলে দেখা যাবে ঘটনার সময় ব্যবধান বৃদ্ধি পেয়েছে। এ বিষয়টিকে সময় প্রসারণ বা কাল দীর্ঘায়ন বলে।

বুঝার সুবিধার্থে ধরা যাক মহাশূন্যে অবস্থানকারী কোনো ব্যক্তি মহাশূন্যযানে একটি ঘটনা t_0 সময় ধরে পর্যবেক্ষণ করলেন। ভূপৃষ্ঠ থেকে কোনো ব্যক্তি ওই একই ঘটনা t সময় ধরে পর্যবেক্ষণ করলেন। তাহলে দেখা যাবে যে, সময় t, সময় t_0 অপেক্ষা দীর্ঘতম হবে।

ব্যাখ্যা : মনে করি S এবং S′ দুটি কাঠামো। এদের মধ্যে S স্থির কাঠামো। একে অচ-কাঠামো বলি। অপরটি S′



চিত্র ৮.৬

কাঠামো যা v বেগে + ve X অক্ষের দিকে S কাঠামো সাপেক্ষে গতিশীল। একে চ-কাঠামো বলি।

ধরি চ-কাঠামোর x' বিন্দুতে একটি ঘড়ি রয়েছে। উক্ত কাঠামোতে স্থিতিশীল একজন পর্যবেক্ষক কোনো ঘটনার সময় t'_1 নির্ণয় করলেন। অচ-কাঠামোর একজন পর্যবেক্ষক v বেগে গতিশীল হওয়ায় ওই ঘটনার সময় t_1 নির্ণয় করলেন। এখন লরেঞ্জ-এর বিপরীত রূপান্তর সমীকরণ অনুসারে (Lorentz's inverse transformation)

$$t_1 = \frac{t_1' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.24)$$

এখন t_0 সময় পর চ-কাঠামোর পর্যবেক্ষক দেখতে পাবে তাঁর ঘড়ি অনুসারে সময় t_2'; অর্থাৎ $t_0 = t_2' - t_1'$

কিন্তু অচ-কাঠামোর পর্যবেক্ষকের মতে তাঁর ঘড়ি অনুসারে সময় হলো t_2 এবং

$$t_2 = \frac{t_2' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.25)$$

সুতরাং এই পর্যবেক্ষকের কাছে ঘটনার সময় কাল t

$$t = t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{t_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$t = \frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

$$\therefore \; t_0 = t\sqrt{1-v^2/c^2} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (8.26)$$

সমীকরণ (8.26) হতে প্রমাণিত হয় যে $t > t_0$, অর্থাৎ গতিশীল কাঠামোতে সময় দীর্ঘ হয়। একে সময় প্রসারণ বলে।

সিদ্ধান্ত : গতিশীল অবস্থায় থাকা ঘড়ি নিশ্চল অবস্থায় থাকা ঘড়ির চেয়ে ধীরে চলে। অর্থাৎ গতিশীল অবস্থায় থাকা ঘড়ির সময় স্থির অবস্থায় থাকা ঘড়ির চেয়ে $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ পরিমাণ বৃদ্ধি পাবে।

৮·৭·২ আপেক্ষিকতা তত্ত্ব অনুসারে দৈর্ঘ্য সংকোচন

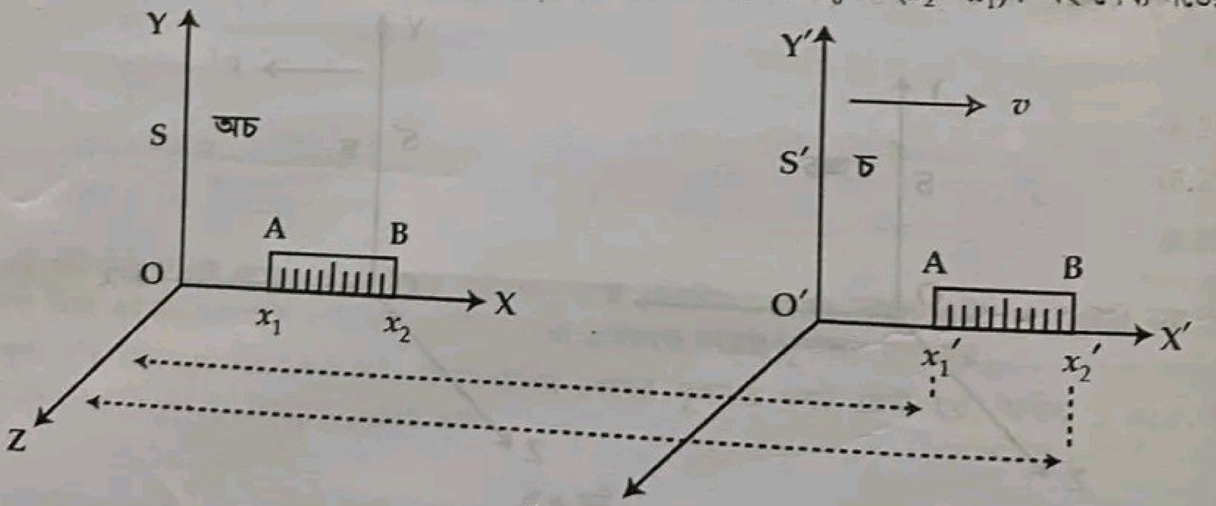
Length contraction according to the theory of relativity

চিরায়ত বলবিদ্যা অনুসারে বস্তুর সাপেক্ষে পর্যবেক্ষকের বেগ বা পর্যবেক্ষকের সাপেক্ষে বস্তুর বেগ যাই হোক না কেন, সকল পর্যবেক্ষকের নিকট বস্তুর দৈর্ঘ্য একই থাকে। কিন্তু আপেক্ষিক তত্ত্ব অনুসারে বস্তু ও পর্যবেক্ষকের মধ্যে আপেক্ষিক বেগ থাকলে বস্তুর দৈর্ঘ্য পর্যবেক্ষকের কাছে কম বলে মনে হয়। একে দৈর্ঘ্য সংকোচন বলে।

(পর্যবেক্ষকের সাপেক্ষে কোনো বস্তুর গতিশীল অবস্থার দৈর্ঘ্য, ওই বস্তুর স্থির অবস্থার দৈর্ঘ্যের চেয়ে ছোট হয় এবং এই প্রভাবকে দৈর্ঘ্য সংকোচন বলে।)

দৈর্ঘ্য সঙ্কোচন নির্ণয় : আমরা জানি কোনো একটি বস্তুর দুই প্রান্তের মধ্যবর্তী দূরত্বই তার দৈর্ঘ্য। এখন দুটি কাঠামো বিবেচনা করি। একটি S কাঠামো, অপরটি S′ কাঠামো [চিত্র ৮·৭]। এখানে S কাঠামো স্থির। একে **অচ** দিয়ে সূচিত করি এবং S′ গতিশীল কাঠামো। একে চ দিয়ে সূচিত করি। স্থির অবস্থায় AB দণ্ড বিবেচনা করি।

মনে করি অচ কাঠামোর X অক্ষ বরাবর একটি দণ্ড শায়িত আছে। এই কাঠামোর কোনো পর্যবেক্ষক যেকোনো সময়ে দুই প্রান্তের স্থানাঙ্ক নির্ণয় করল x_1 এবং x_2। তার মতে দণ্ডটির দৈর্ঘ্য $L_0 = (x_2 - x_1)$। এই দৈর্ঘ্য দণ্ডের প্রকৃত



চিত্র ৮·৭

এবং স্বকীয় দৈর্ঘ্য অর্থাৎ পর্যবেক্ষক সাপেক্ষে স্থির অবস্থায় প্রাপ্ত দৈর্ঘ্য। চ-কাঠামো অচ-কাঠামোর সাপেক্ষে v বেগে গতিশীল এবং এই কাঠামোর একজন পর্যবেক্ষক একই সময়ে দণ্ডের প্রান্ত দুটির স্থানাঙ্ক নির্ণয় করলেন x_1' এবং x_2'। সুতরাং তাঁর মাপে দণ্ডের দৈর্ঘ্য, $L = (x_2' - x_1')$।

অতএব লরেঞ্জ-এর বিপরীত রূপান্তর সমীকরণ অনুসারে

$$x_2 = \frac{x_2' + vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (8.27)$$

$$x_1 = \frac{x_1' + vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (8.28)$$

এখন সমীকরণ (8.27) হতে (8.28)-কে বিয়োগ করে পাই,

$$x_2 - x_1 = \frac{x_2' - x_1'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

আবার, $$L_0 = \frac{L}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.30)$$

বা, $$L = L_0\sqrt{1-v^2/c^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.31)$$

সমীকরণ (8.31) হতে প্রমাণিত হয় যে, $L_0 > L$ অর্থাৎ কোনো দণ্ডের গতিশীল দৈর্ঘ্য দণ্ডটির নিশ্চল অবস্থার দৈর্ঘ্যের চেয়ে ছোট হবে। এই ঘটনাকে বলা হয় লরেঞ্জ ফিটজেরাল্ড সংকোচন (Lorents-Fitz Gerald contraction)।

অতএব S কাঠামোর কোনো পর্যবেক্ষকের নিকট S′ কাঠামোতে দণ্ডের দৈর্ঘ্য $\sqrt{1-v^2/c^2}$ পরিমাণ ছোট মনে হবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৮.১

$L = L_0 \times \frac{1}{3}$

১। একটি কাল্পনিক ট্রেন কত দ্রুতিতে চললে এর চলমান দৈর্ঘ্য নিশ্চল দৈর্ঘ্যের এক-তৃতীয়াংশ হবে ?

[কু. বো. ২০১১; য. বো. ২০০৮, ২০০১]

এখানে,
কাল্পনিক ট্রেনের প্রকৃত দৈর্ঘ্য $= L_0$
কাল্পনিক ট্রেনের চলমান দৈর্ঘ্য $= L$
$\frac{L}{L_0} = \frac{1}{3}$
$c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$
$v = ?$

আমরা জানি,

$$L = L_0\sqrt{1-v^2/c^2}$$

বা, $$\frac{L}{L_0} = \sqrt{1-v^2/c^2}$$

প্রশ্নানুসারে, $$\frac{1}{3} = \sqrt{1-v^2/c^2}$$

বা, $$\frac{1}{9} = 1 - v^2/c^2$$

বা, $$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

বা, $$v^2 = \frac{8}{9}c^2$$

$$\therefore \quad v = \sqrt{\frac{8}{9}\times c^2} = \sqrt{\frac{8}{9}\times(3\times10^8)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{8}{9}\times 9\times 10^{16}} = 2{\cdot}83 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

২। ভূপৃষ্ঠের একটি রকেটের দৈর্ঘ্য 100 m। রকেটটি ভূ-পৃষ্ঠের কোনো স্থির পর্যবেক্ষকের সাপেক্ষে চলতে থাকলে এর দৈর্ঘ্য 99·5 m মনে হয়। রকেটটির গতি নির্ণয় কর। [রা. বো. ২০০১]

এখানে,
$L_0 = 100 \text{ m}$
$L = 99{\cdot}5 \text{ m}$
$c = 3\times10^8 \text{ ms}^{-1}$

আমরা জানি,

$$L_0 = \frac{L}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\therefore \quad 100 = \frac{99{\cdot}5}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

বা, $$100\times100 = \frac{99{\cdot}5\times99{\cdot}5}{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

বা, $$1-\frac{v^2}{c^2} = \frac{99{\cdot}5\times99{\cdot}5}{100\times100} = 0{\cdot}990025$$

বা, $$\frac{v^2}{c^2} = 1 - 0{\cdot}990025 = 9{\cdot}975\times10^{-3}$$

বা, $$\frac{v}{c} = 0{\cdot}0998$$

$$\therefore \quad v = 0{\cdot}0998\,c = 0{\cdot}0998\times3\times10^8 = 29{\cdot}96\times10^6 \text{ ms}^{-1}$$

৩। একজন মহাশূন্যচারী 25 বছর বয়সে 2.6×10^8 ms^{-1} বেগে গতিশীল একটি মহাশূন্যযানে চড়ে ভ্রমণে বের হলেন। 40 বছর পর (ভূপৃষ্ঠের সময় গণনায়) তিনি পৃথিবীতে ফিরে এলেন। মহাশূন্যচারীর কাছে তাঁর বয়স তখন কত হবে?

আমরা জানি,

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

বা, $t_0 = t\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

$\therefore$ $t_0 = 40 \times \sqrt{1 - \frac{(2.6 \times 10^8)^2}{(3 \times 10^8)^2}}$

$= 40 \times \sqrt{0.24} = 40 \times 0.499$

$= 19.955 \simeq 20$ y

$\therefore$ মহাশূন্যচারীর বয়স হবে, 25 y + 20 y = 45 y

এখানে,
ভূপৃষ্ঠ হতে পরিমাপ্য সময় ব্যবধান
$t = 40$ বছর
মহাশূন্যযানের দ্রুতি, $v = 2.6 \times 10^8$ ms^{-1}
আলোর দ্রুতি, $c = 3 \times 10^8$ ms^{-1}
মহাশূন্যে মহাশূন্যচারীর বয়স বৃদ্ধি, $t_0 = ?$

৪। একটি মহাশূন্যযান কত দ্রুত ভ্রমণ করলে মহাশূন্যে 1 দিন অতিবাহিত হলে পৃথিবীতে 2 দিন অতিবাহিত হওয়ার সমান হবে? [KUET Admission Test, 2005–06; RUET Admission Test, 2012–13]

আমরা জানি,

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{বা, } 2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

বা, $\frac{1}{2} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

$\therefore$ $\frac{1}{4} = 1 - \frac{v^2}{c^2}$

$\frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4}$

$\therefore$ $v = \frac{\sqrt{3}}{2}c = 0.866 \times 3 \times 10^8$ ms^{-1} $= 2.598 \times 10^8$ ms^{-1}

৫। একজন লোকের ভর 99 kg। কত বেগের উড়ন্ত রকেটে থাকাকালীন মাটিতে অবস্থিত একজন পর্যবেক্ষকের নিকট তার ভর 100 kg হবে? [CUET Admission Test, 2003–04]

আমরা জানি,

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

বা, $1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{m_0^2}{m^2}$

বা, $\frac{m^2 - m_0^2}{m^2} = \frac{v^2}{c^2}$

বা, $v^2 = \left(\frac{m^2 - m_0^2}{m^2}\right) \times c^2$

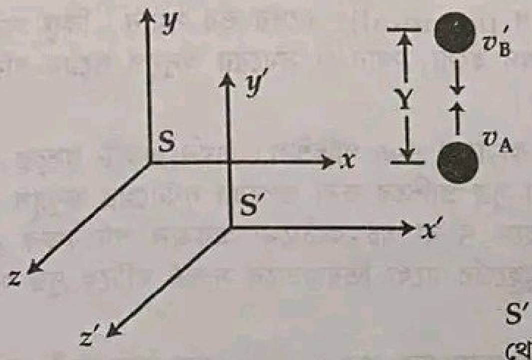
$= \left(\frac{100^2 - 99^2}{100^2}\right) \times 9 \times 10^{16}$

$\therefore$ $v = 4.23 \times 10^7$ ms^{-1}

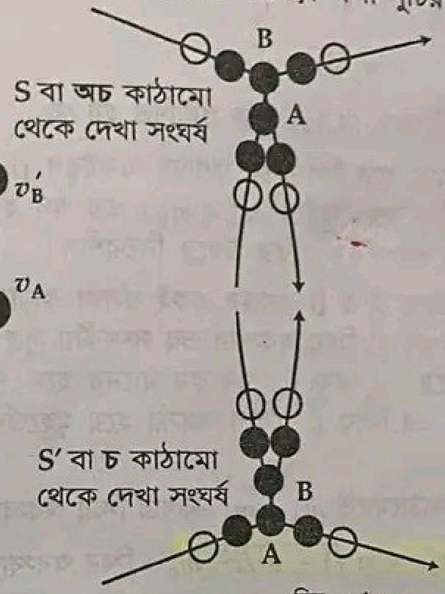
৮.৭.৩ ভর বৃদ্ধি (আপেক্ষিকতা তত্ত্ব অনুসারে)
Increase of mass (according to the theory of relativity)

নিউটনীয় বলবিদ্যায় আমরা জেনেছি বস্তুর ভর ধ্রুব রাশি। স্থান, কাল ও গতির পরিবর্তনের ওপর এটি নির্ভরশীল নয়। কিন্তু আইনস্টাইনের আপেক্ষিক তত্ত্বের মতে দৈর্ঘ্য ও সময়ের মতো বস্তুর ভরও গতিশীলতার ওপর নির্ভরশীল। আপেক্ষিক তত্ত্বানুসারে বস্তুর বেগের সাথে ভর বৃদ্ধি পায়। এ ঘটনাকে ভরের আপেক্ষিকতা ...

ব্যাখ্যা : মনে করি S এবং S′ দুটি জড় প্রসজ্ঞা কাঠামো। S′ কাঠামোটি X-অক্ষের অভিমুখে S কাঠামোর সাপেক্ষে v বেগে গতিশীল [চিত্র ৮·৮]। কাঠামোগুলোতে অবস্থিত দু'জন পর্যবেক্ষক দুটি কণা A ও B এর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ পর্যবেক্ষণ করছেন [চিত্র ৮·৯]। [উল্লেখ্য, স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে]। কণা দুটির ভর সমান।



চিত্র ৮·৮



চিত্র ৮·৯

ধরি সংঘর্ষের পূর্বে A কণাটি S কাঠামোতে এবং B কণাটি S′ কাঠামোতে স্থির অবস্থায় রয়েছে। একই মুহূর্তে A কণাটি v_A বেগে +Y অক্ষের দিকে এবং B কণাটি v_B' বেগে −Y′ অক্ষের দিকে নিক্ষেপ করা হলো [চিত্র ৮·৮]। এখানে $v_A = v_B'$। সুতরাং, S′ কাঠামোতে A কণার আচরণ S′ প্রসজ্ঞা কাঠামোতে B কণার আচরণ অভিন্ন। সংঘর্ষের পর A কণাটি −Y-অক্ষের দিকে v_A বেগে এবং B কণাটি +Y′-অক্ষের দিকে v_B বেগে ফিরে আসে। নিক্ষেপের মুহূর্তে কণা দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব y হলে উভয় পর্যবেক্ষক দেখবেন যে সংঘর্ষটি $\frac{1}{2}y$ দূরে সংঘটিত হচ্ছে। সুতরাং অচ-কাঠামোতে A-এর মোট যাতায়াতের সময়

$$t_0 = \frac{y}{v_A} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (8.32)$$

এবং চ-কাঠামোতে B-এর যাতায়াতের সময় একই থাকবে অর্থাৎ

$$t_0 = \frac{y}{v_B'} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (8.33)$$

অচ-কাঠামোতে ভরবেগ সংরক্ষিত হলে,

$$m_A v_A = m_B v_B \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (8.34)$$

এখানে m_A ও m_B এবং v_A ও v_B অচ-কাঠামোতে যথাক্রমে A ও B কণার ভর ও বেগ।

অচ-কাঠামোতে B-এর ভ্রমণকাল t হলে,

$$t = \frac{y}{v_B}, \text{ বা, } v_B = \frac{y}{t} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (8.35)$$

যদিও উভয় পর্যবেক্ষকই একই ঘটনা নিজ নিজ কাঠামোতে পর্যবেক্ষণ করছেন, তবুও ঘটনার সময়ের পরিমাণ সম্বন্ধে একমত হতে পারছেন না।

কিন্তু চ-কাঠামোতে B-এর ভ্রমণকাল t_0 হলে কাল দীর্ঘায়ন নীতি হতে t এবং t_0 এর মধ্য হতে আমরা যে সম্পর্ক পাই তা হলো $t = \dfrac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

এখন সমীকরণ (8.35)-এ t-এর মান বসিয়ে পাই,

$$v_B = \frac{y}{\dfrac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}} = y\sqrt{1 - v^2/c^2}/t_0$$

এবং সমীকরণ (8.32) হতে পাই

$$v_A = \frac{y}{t_0}$$

∴ ভরবেগের সংরক্ষণ সমীকরণ (8.34)-এ v_A ও v_B-এর মান বসিয়ে পাই,

$$m_A \frac{y}{t_0} = m_B \frac{y\sqrt{1-v^2/c^2}}{t_0} \quad \cdots \quad \cdots \quad (8.36)$$

$$\therefore \quad m_A = m_B \sqrt{1-v^2/c^2} \quad \cdots$$

সুতরাং, সমীকরণ (8.36) হতে প্রমাণিত হয় যে,

শুরুতে আমরা ধরে নিলাম যে কণাদ্বয় একইরূপ (identical), এদের ভর সমান। কিন্তু সমীকরণ (8.36) থেকে দেখা যায়, তা সঠিক নয়। অর্থাৎ $m_A \neq m_B$। এর অর্থ হলো, স্থান ও সময়ের অনুরূপ ভরের পরিমাপও পর্যবেক্ষক ও পর্যবেক্ষণীয় বস্তুর আপেক্ষিক গতির উপরে নির্ভরশীল।

উপরের দৃষ্টান্তে A ও B কণাদ্বয় একই প্রসঙ্গ কাঠামো S-এ গতিশীল। এখন একটি বস্তুর গতিশীল অবস্থায় ভর এবং ওই বস্তুর নিশ্চল বা স্থির অবস্থার ভর সম্পর্কীয় সূত্র প্রাপ্তির জন্য ওপরের দৃষ্টান্তের অনুরূপ দৃষ্টান্ত বিবেচনা করা যেতে পারে। এক্ষেত্রে v_A এবং v_B' খুব কম মানের হলে S বা অচ-কাঠামো একজন পর্যবেক্ষক দেখবেন যে A স্থির রয়েছে এবং B, A এর দিকে v বেগে অগ্রসর হয়ে মুহূর্তের মধ্যে তির্যকভাবে সংঘর্ষ ঘটিয়ে দ্রুত সামনের দিকে অগ্রসর হচ্ছে।

∴ S (অচ)-কাঠামোতে $m_A = m_0$ = কণার স্থির অবস্থায় ভর এবং $m_B = m$ ধরা হলে, সমীকরণ (8.36) হতে পাই,

$m_0 = m\sqrt{1-v^2/c^2}$, m_0 = স্থির অবস্থার ভর, m = চলমান অবস্থার ভর।

$$\text{বা, } m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \cdots \quad \cdots \quad (8.37)$$

এখানে $\beta^2 = v^2/c^2$

আবার, গতিশীল S′ বা চ-কাঠামোর একজন পর্যবেক্ষক বিপরীত ক্রিয়া লক্ষ করবেন। তিনি দেখবেন, B স্থির রয়েছে এবং A বস্তুটি B এর দিকে v বেগে অগ্রসর হয়ে মুহূর্তের মধ্যে তির্যক স্তরে সংঘর্ষ ঘটিয়ে সামনের দিকে এগিয়ে চলেছে। S এবং S′ কাঠামো থেকে সংঘর্ষ ক্রিয়াটি পর্যবেক্ষণ করলে কীরূপ দেখা যাবে, তা চিত্র ৮-৯-এ দেখানো হয়েছে।

উপরোক্ত সমীকরণ (8.37) হতে প্রমাণিত হয় যে গতিশীল কোনো বস্তুর ভর ওই বস্তুর নিশ্চল ভরের চেয়ে বেশি। অর্থাৎ বেগের সাথে বস্তুর ভরবৃদ্ধি ঘটে।

> **প্রশ্ন :** আপেক্ষিক তত্ত্বের সাহায্যে দেখাও যে, কোনো বস্তুর বেগ আলোর বেগের সমান হতে পারে না।
> [চ. বো. ২০১১]

Hints : ভরের আপেক্ষিকতা থেকে আমরা জানি, $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

$v = c$ হলে, $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\frac{c^2}{c^2}}} = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-1}} = \dfrac{m_0}{0} = \infty$ হয়, যা অসম্ভব। তাই বস্তুর বেগ আলোর বেগের সমান বা বেশি হতে পারে না।

গাণিতিক উদাহরণ ৮.২

১। একটি ইলেকট্রন $0{\cdot}99c$ দ্রুতিতে গতিশীল হলে এর চলমান ভর কত?

9.1X10⁻³¹

[সি. বো. ২০১১; ব. বো. ২০০৮, ২০০৭, ২০০৫]

আমরা জানি,

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{9{\cdot}1\times10^{-31}}{\sqrt{1-\frac{(0{\cdot}99)^2c^2}{c^2}}}$$

$$= \frac{9{\cdot}1\times10^{-31}}{\sqrt{1-0{\cdot}9801}} = \frac{9{\cdot}1\times10^{-31}}{0{\cdot}1410}$$

$$= 6{\cdot}45\times10^{-30}\,\text{kg}$$

এখানে,

$m_0 = 9{\cdot}1\times10^{-31}$kg

$v = 0{\cdot}99\,c$

$m = ?$

বা, $E_k = c^2\left[m \right]_{m_0}^{m}$

বা, $E_k = c^2[m - m_0]$

বা, $E_k = mc^2 - m_0c^2$ ... ... (8.45)

এটিই হলো আপেক্ষিকতার গতিশক্তির সমীকরণ।

বস্তু যদি স্থিতিশীল অবস্থায় থাকে, তবে তার মধ্যে যে শক্তি সঞ্চিত থাকে, তাকে স্থির ভর শক্তি (Rest mass energy) বলে এবং এর পরিমাণ $= m_0c^2$

∴ বস্তুর মোট শক্তি

E = গতিশক্তি + স্থির ভর শক্তি

বা, $E = E_k + m_0c^2$

বা, $E = mc^2 - m_0c^2 + m_0c^2$

বা, $\boxed{E = mc^2}$ ... ... (8.46)

এটিই হলো বিজ্ঞানী আইনস্টাইন-এর ভর-শক্তি সমীকরণ।

স্থির ভর (Rest mass) : আপেক্ষিক তত্ত্ব অনুসারে বস্তুর ভর বেগের সাথে পরিবর্তিত হয়। গতিবেগ আলোর বেগের কাছাকাছি হলে ভর উল্লেখযোগ্যভাবে বৃদ্ধি পায়। এজন্যই বস্তুর নিজস্ব ধর্ম হিসেবে ভরের উল্লেখ করতে হবে। স্থির অবস্থায় তার ভর নিতে হয়। একেই বস্তুর স্থির ভর বলা হয়। অর্থাৎ একটি বস্তুর স্থির অবস্থার ভরই হলো এর স্থির ভর।

৮.৮.১ পারমাণবিক ভর একক
Atomic mass unit or amu

একটি পরমাণুর ভর খুবই নগণ্য। তাই পরমাণুর প্রকৃত ভর বিবেচনা করা হয় না। নিউক্লীয় পদার্থবিজ্ঞানে ভরের প্রচলিত একক হলো পারমাণবিক ভর একক (amu)। 1960 সাল থেকে $_6C^{12}$ মৌলকে প্রমাণ মৌল ধরে এর সাহায্যে অন্য সকল মৌলের ভর নির্ণয় করা হয়।

এক পারমাণবিক ভর (1 amu) বলতে $_6C^{12}$ পরমাণুর ভরের $\frac{1}{12}$ অংশ বুঝায়।

$1 \text{ amu} = 1.66377 \times 10^{-27}$ kg

নিউট্রন, প্রোটন প্রভৃতি কণার ভর amu এককে প্রকাশ করা যায়। এই এককে প্রোটন ও নিউট্রনের ভর যথাক্রমে 1.007277 amu ও 1.008665 amu

p n

1 amu ভরের সমতুল্য শক্তি $= \frac{1.66377 \times 10^{-27} \times (2.998 \times 10^8)^2}{1.6022 \times 10^{-19}}$

$= 933.3 \times 10^6$ eV

$\boxed{\simeq 933 \text{ MeV}}$

1 eV = 1.6×10⁻¹⁹ kg

গাণিতিক উদাহরণ ৮.৩

১। একটি ইলেকট্রনের নিশ্চল ভর 9.028×10^{-31} kg। এর শক্তি সমতুল নির্ণয় কর। ইলেকট্রন ভোল্ট (eV)-এ মান কত হবে ? [ঢা. বো. ২০১১; কু. বো. ২০০৩; রা. বো. ২০০১]

ধরি সমতুল শক্তি = E

আমরা পাই,

$E = m_0c^2$

এখানে,
$m_0 = 9.028 \times 10^{-31}$ kg
$c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$

∴ শক্তি সমতুল, $E = 9.028 \times 10^{-31} \text{ kg} \times (3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1})^2$

$= 8.125 \times 10^{-14} \text{ J} = \frac{8.125 \times 10^{-14}}{1.6 \times 10^{-19}}$ eV

$= 5.078 \times 10^5$ eV $= 0.5078$ MeV

২। একটি ইলেকট্রন (নিশ্চল ভর M_0 $9{\cdot}1 \times 10^{-31}$ kg) আলোর দ্রুতির ৯০% দ্রুতিতে চলছে। আইনস্টাইনের আপেক্ষিক তত্ত্ব অনুসারে ইলেকট্রনের গতিশক্তি নির্ণয় কর। [BUET Admission Test, 2017–18]

আমরা জানি,

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$= \frac{9{\cdot}1 \times 10^{-31}}{\sqrt{1-\left(\frac{0{\cdot}9\,c}{c}\right)^2}}$$

$$= 2{\cdot}09 \times 10^{-30}\ \text{kg}$$

.0.9c

গতিশক্তি, $E_k = (m - m_0)c^2$

$$= (2{\cdot}09 \times 10^{-30} - 9{\cdot}1 \times 10^{-31}) \times (3 \times 10^8)^2$$

$$= 1{\cdot}062 \times 10^{-13}\ \text{J}$$

৩। (ক) $1{\cdot}6 \times 10^6\ eV$ গতিশক্তিসম্পন্ন ইলেকট্রনের ভর কত? $M\ 1.6\times10^6\times1.6\times10^{-19}$ [রা. বো. ২০০২]

(খ) 12 a. m. u. ভরের সমতুল্য শক্তি (i) eV, (ii) MeV এককে প্রকাশ কর। =

[রা. বো. ২০১০; ঢা. বো. ২০০৬; সি. বো. ২০০৬]

(ক) আমরা জানি, $M = 12 \times 1.66054 \times 10^{-27}$

$$E_k = (m - m_0)c^2$$

$\therefore\ 1{\cdot}6 \times 10^6 \times 1{\cdot}6 \times 10^{-19} = (m - 9{\cdot}1 \times 10^{-31})(3 \times 10^8)^2$

বা, $37{\cdot}54 \times 10^{-31} = m$

$\therefore\ m = 37{\cdot}54 \times 10^{-31}$ kg

এখানে,
$E_k = 1{\cdot}6 \times 10^6$ eV
$= 1{\cdot}6 \times 10^6 \times 1{\cdot}6 \times 10^{-19}$ J
$c = 3 \times 10^8\ \text{ms}^{-1}$
$m_0 = 9{\cdot}1 \times 10^{-31}$ kg
$m = ?$

(খ) আমরা জানি,

(i) $E = mc^2$

$= 12 \times 1{\cdot}66057 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2$

$= 179{\cdot}34 \times 10^{-11}\ \text{J} = 17{\cdot}934 \times 10^{-10}$ J

$= \dfrac{17{\cdot}934 \times 10^{-10}}{1{\cdot}6 \times 10^{-19}}\ eV = 11{\cdot}2 \times 10^9\ eV$

এখানে,
$m = 12$ a. m. u.
$= 12 \times 1{\cdot}66057 \times 10^{-27}$ kg
$c = 3 \times 10^8\ \text{ms}^{-1}$
$1\ eV = 1{\cdot}6 \times 10^{-19}$ J

(ii) $1\ \text{MeV} = 10^6\ eV$

$\therefore\ E = \dfrac{11{\cdot}2 \times 10^9}{10^6} = 11{\cdot}2 \times 10^3$ MeV

৪। একটি বস্তুকণার মোট শক্তি এর স্থির অবস্থার শক্তির দ্বিগুণ। কণাটির দ্রুতি কত?
[ঢা. বো. ২০১১; চ. বো. ২০১০, ২০০২; য. বো. ২০০৯; দি. বো. ২০০৯; সি. বো. ২০০৮; রা. বো. ২০০৬; ব. বো. ২০০৪; কু. বো. ২০০৩, ২০০০]

প্রশ্নানুসারে, $mc^2 = 2m_0c^2$

বা, $\dfrac{m}{m_0} = 2$

আবার, $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ বা, $\dfrac{m}{m_0} = \dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

বা, $2 = \dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ বা, $4 = \dfrac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}$

বা, $1 - \dfrac{v^2}{c^2} = \dfrac{1}{4}$ বা, $\dfrac{v^2}{c^2} = 1 - \dfrac{1}{4}$

বা, $\dfrac{v^2}{c^2} = \dfrac{3}{4}$ বা, $\dfrac{v^2}{c^2} = 0{\cdot}75$

$\therefore\ \dfrac{v}{c} = 0{\cdot}866$ বা, $v = 0{\cdot}866 \times 3 \times 10^8 = 2{\cdot}598 \times 10^8\ \text{ms}^{-1}$

$Mc^2 = 2M_0c^2$

$\dfrac{M}{M_0} = 2$

$\sqrt{n^2-1} \times \dfrac{c}{n}$

৮·৯ মৌলিক বল
Fundamental forces

মনে করি টেবিলের ওপর একটি বই আছে। বইটিকে নড়াবার জন্য হাত দিয়ে বইটির ওপর **'কোনো কিছু'** (something) প্রয়োগ করি। একটি ফুটবল গোলরক্ষকের দিকে ছুটে আসছে। গোলরক্ষক হাত দিয়ে ফুটবলের ওপর **'কোনো কিছু'** প্রয়োগ করে ফুটবলকে থামিয়ে দিল। বইটিকে গতিশীল বা ফুটবলটি থামাবার জন্য এই যে **'কোনো কিছু'** প্রয়োগ করা হলো এর নাম **বল** (Force)।

প্রকৃতিতে আমরা বিভিন্ন ধরনের বলের সঙ্গে পরিচিত হলেও এবং এদের বিভিন্ন নামকরণ থাকলেও সব বল কিন্তু মৌলিক বল নয়। **যে সকল বল মূল বা অকৃত্রিম অর্থাৎ অন্য কোনো বল থেকে উৎপন্ন হয় না বরং অন্যান্য বল এ সকল বলের প্রকাশ তাকে মৌলিক বল বলে।**

মৌলিক বলের ধরন
Kinds of Fundamental forces

মৌলিকতা অনুসারে প্রকৃতিতে চার ধরনের বল আছে। অন্য যে কোনো ধরনের বলকে এই চারটি বলের যে কোনো একটি বা একাধিক বল দ্বারা ব্যাখ্যা করা যায়। মৌলিক বলগুলো হলো :

100%

১। মহাকর্ষ বল (Gravitational force)
২। তড়িৎ-চুম্বকীয় বল (Electromagnetic force)
৩। সবল নিউক্লীয় বল (Strong nuclear force)
৪। দুর্বল নিউক্লীয় বল (Weak nuclear force)

$F \propto \frac{1}{d^2}$ $F \propto m_1 m_2$

১। **মহাকর্ষ বল** : **ভরের কারণে মহাবিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তুর মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বল বলে।** অর্থাৎ মহাবিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তুর মধ্যে এক ধরনের আকর্ষণ বল ক্রিয়াশীল রয়েছে। এই আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বল বলা হয়। এই বলের পরিমাণ ক্রিয়াশীল বস্তু দুটির ভরের গুণফলের সমানুপাতিক এবং বস্তুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। বিজ্ঞানীরা ধারণা করেন যে বস্তুদ্বয়ের মধ্যে এক প্রকার কণার পারস্পরিক বিনিময়ের দ্বারা এই মহাকর্ষ বল ক্রিয়াশীল হয়। এই ধরনের কণার নামকরণ করা হয়েছে গ্রাভিটন (Graviton)।

২। **তড়িৎ-চুম্বকীয় বল** : দুটি আহিত বা চার্জিত বস্তুর মধ্যে এবং দুটি চুম্বক পদার্থের মধ্যে এক ধরনের বল ক্রিয়াশীল থাকে। এদেরকে যথাক্রমে কুলম্বের তড়িৎ বল এবং চৌম্বক বল বলা হয়। তড়িৎ বল এবং চৌম্বক বল আকর্ষণ (attractive) এবং বিকর্ষণ (repulsive) উভয় ধরনের হতে পারে। তড়িৎ বল এবং চৌম্বক বল পরস্পর ঘনিষ্ঠভাবে সম্পর্কিত। বস্তুত আপেক্ষিক গতিতে পরিভ্রমণরত দুটি আহিত কণার মধ্যে ক্রিয়াশীল বলই হচ্ছে তড়িৎ-চুম্বকীয় বল। যখন তড়িৎ আধান বা চার্জগুলো গতিশীল হয়, তখন তারা চৌম্বক ক্ষেত্র সৃষ্টি করে। আবার পরিবর্তী (varying) চৌম্বক ক্ষেত্র তড়িৎ ক্ষেত্রের উৎস হিসেবে কাজ করে। বিজ্ঞানীরা ধারণা করেন ফোটন নামক ভরহীন, চার্জহীন কণার পারস্পরিক বিনিময়ের দ্বারা এই বল কার্যকর হয়। স্থিতিস্থাপক বল, আণবিক গঠন, রাসায়নিক বিক্রিয়া ইত্যাদিতে তড়িৎ-চুম্বকীয় বলের প্রকাশ ঘটে।

৩। **সবল নিউক্লীয় বল** : একটি পরমাণুর নিউক্লিয়াস প্রোটন ও নিউট্রন দ্বারা গঠিত। এদেরকে সমষ্টিগতভাবে বলা হয় নিউক্লিয়ন (nucleon)। **পরমাণুর নিউক্লিয়াসে নিউক্লীয় উপাদানসমূহকে একত্রে আবদ্ধ রাখে যে শক্তিশালী বল তাকে সবল নিউক্লীয় বল বলে।** নিউক্লিয়াসের মধ্যে সমধর্মী ধনাত্মক আধানযুক্ত প্রোটনগুলো খুব কাছাকাছি থাকায় এদের মধ্যে কুলম্বের বিকর্ষণ বল প্রবল হওয়া উচিত এবং নিউক্লিয়াস ভেঙ্গে যাওয়ার কথা। কিন্তু বাস্তবে অনেক নিউক্লিয়াসই স্থায়ী; কারণ নিউক্লিয়াসে বিদ্যমান নিউক্লীয় বল নিউক্লিয়াসকে ভাঙ্গতে দেয় না। নিউক্লিয়নের মধ্যে যে মাধ্যাকর্ষণ বল কাজ করে তা এত নগণ্য যে এই বল কুলম্বের বিকর্ষণ বলকে প্রতিমিত (balance) করতে পারে না। সুতরাং নিউক্লিয়াসে অবশ্যই অন্য এক ধরনের সবল বল কাজ করে যা নিউক্লিয়াসকে ধরে রাখে। এই বলকে বলা হয় **সবল নিউক্লীয় বল।** বিজ্ঞানীদের ধারণা যে নিউক্লিয়নের মধ্যে মেসন (meson) নামে এক প্রকার কণার পারস্পরিক বিনিময়ের দ্বারা এই বল ক্রিয়াশীল হয়। এই বল আকর্ষণধর্মী এবং নিউক্লিয়াসের বাইরে ক্রিয়াশীল নয়; অর্থাৎ স্বল্প পরিসরে (short range) এই বল ক্রিয়াশীল। এই বল আকর্ষণধর্মী ও চার্জ নিরপেক্ষ।

৪। **দুর্বল নিউক্লীয় বল** : **যে স্বল্প পাল্লার ও স্বল্প মানের বল নিউক্লিয়াসের মৌলিক কণাগুলোর মধ্যে ক্রিয়া করে নিউক্লিয়াসে অস্থিতিশীলতার উদ্ভব ঘটায় তাকে দুর্বল নিউক্লীয় বল বলে।** প্রকৃতিতে বেশ কিছু মৌলিক পদার্থ (elements) রয়েছে যাদের নিউক্লিয়াস স্বতঃস্ফূর্তভাবে ভেঙ্গে যায় (যেমন ইউরেনিয়াম, থোরিয়াম ইত্যাদি)। এই সমস্ত নিউক্লিয়াসকে বলা হয় তেজস্ক্রিয় নিউক্লিয়াস। তেজস্ক্রিয় নিউক্লিয়াস থেকে তিন ধরনের রশ্মি বা কণা নির্গত হয় যাদেরকে বলা হয় আলফা-রশ্মি (α-rays), বিটা-রশ্মি (β-rays) এবং গামা-রশ্মি (γ-rays)।

তেজস্ক্রিয় নিউক্লিয়াস থেকে যখন বিটা কণা নির্গত হয় তখন একই সঙ্গে শক্তিও নির্গত হয়। কিন্তু পরীক্ষালব্ধ ফলাফল থেকে দেখা যায় যে, নিউক্লিয়াস থেকে যে পরিমাণ শক্তি নির্গত হয় তা বিটা কণার গতিশক্তির চেয়ে বেশি। স্বাভাবিকভাবেই বিজ্ঞানীদের মাঝে প্রশ্ন ওঠে যে β-কণা যদি শক্তির সামান্য অংশ বহন করে, তবে অবশিষ্ট শক্তি যায় কোথায় ? 1930 সালে ডব্লিউ. পাউলি (W. Pauli) প্রস্তাব করেন যে অবশিষ্ট শক্তি অন্য এক ধরনের কণা বহন করে

যা β-কণার সঙ্গেই নির্গত হয়। এই কণাকে বলা হয় নিউট্রিনো (neutrino)। এই β-কণা এবং নিউট্রিনো কণার নির্গমন চতুর্থ একটি মৌলিক বলের কারণে ঘটে যাকে বলা হয় দুর্বল নিউক্লীয় বল। এই বল সবল নিউক্লীয় বা তড়িৎ-চুম্বকীয় বলের তুলনায় খুবই দুর্বল। এই বলের কারণে অনেক নিউক্লিয়াসের ভাঙ্গন প্রক্রিয়া সংঘটিত হয় এবং নিউক্লিয়াস হতে β ক্ষয় হয়। বিজ্ঞানীরা ধারণা করেন বোসন নামক এক প্রকার কণার বিনিময়ের দ্বারা এই বল কার্যকর হয়।

৮.৯.১ মৌলিক বলসমূহের তীব্রতার তুলনা
Comparison of intensities of fundamental forces

চারটি মৌলিক বলের পরিমাপের আপেক্ষিক সবলতা তুলনা করলে দেখা যায় যে সবচেয়ে শক্তিশালী বল হচ্ছে সবল নিউক্লীয় বল এবং সবচেয়ে দুর্বল বল হলো মহাকর্ষ বল।

সবল এবং দুর্বল উভয় ধরনের নিউক্লীয় বলের ক্রিয়ার পাল্লা (range) খুবই স্বল্প পাল্লাবিশিষ্ট (short range)। এগুলো নিউক্লিয়াসের পৃষ্ঠের বাইরে ক্রিয়াশীল হয় না। পক্ষান্তরে মহাকর্ষ এবং তড়িৎ-চুম্বকীয় বলের পাল্লা প্রায় অসীম।

চারটি মৌলিক বলের আপেক্ষিক সবলতা সম্বন্ধে ধারণা লাভের জন্য নিচের সারণিটি লক্ষ কর।

সারণি ৮.১

মৌলিক বলসমূহের তুলনা 1000%

	মহাকর্ষ বল	তড়িৎ চৌম্বক বল	সবল নিউক্লীয় বল	দুর্বল নিউক্লীয় বল
পাল্লা	অসীম	অসীম	10^{-15} m	10^{-16} m
আপেক্ষিক সবলতা	1	10^{39}	10^{41}	10^{30}

৮.৯.২ বলের একীভূতকরণ
Unification of forces

চারটি মৌলিক বলের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপনের জন্য বিজ্ঞানীরা বহু বছর ধরে চেষ্টা চালিয়ে যাচ্ছেন। পূর্বে তড়িৎ বল এবং চৌম্বক বলকে স্বতন্ত্র মৌলিক বল হিসেবে বিবেচনা করা হতো। উনিশ শতকের অনেক বৈজ্ঞানিক পরীক্ষায় প্রাপ্ত ফলাফল পর্যালোচনা করলে দেখা যায় যে তড়িৎ বল এবং চৌম্বক বলের মধ্যে একটা সম্পর্ক থাকা স্বাভাবিক। জেম্‌স ক্লার্ক ম্যাক্সওয়েল (J. C. Maxwell) কর্তৃক আবিষ্কৃত তড়িৎ-চুম্বকীয় তত্ত্বের মাধ্যমে এই দুই বলের মধ্যে সম্পর্ক চূড়ান্তভাবে প্রতিষ্ঠিত হয়।

সালাম, ওয়াইনবার্গ এবং গ্লাসো অনেক গবেষণার মাধ্যমে বলের একীভূতকরণ তত্ত্বের অপরিসীম উন্নতি সাধন করেন। তাদের সম্মিলিত প্রচেষ্টায় দুর্বল নিউক্লীয় বল এবং তড়িৎ-চুম্বকীয় বলের মধ্যে মাত্র কয়েক বছর আগে সম্পর্ক স্থাপিত হয়েছে।

সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে অতীতের তড়িৎ বল এবং চৌম্বক বল একীভূত হয়ে রূপ নিয়েছে তড়িৎ-চুম্বকীয় বলের এবং হালে দুর্বল নিউক্লীয় বল এবং তড়িৎ-চুম্বকীয় বলের একীভূত তত্ত্ব আবিষ্কৃত হয়েছে। বিজ্ঞানীদের ঐকান্তিক প্রচেষ্টার ফলে হয়ত একদিন সকল মৌলিক বলের সমন্বয়ে মহা একীভূত ক্ষেত্রতত্ত্ব (grand unified field theory) আবিষ্কৃত হবে। তা হলে বিশ্বব্রহ্মাণ্ডের সৃষ্টি রহস্যের অনেক অজানা তথ্য আবিষ্কৃত হবে।

৮.১০ মহাকাশ ভ্রমণে আপেক্ষিকতা তত্ত্ব
Theory of relativity for journey to space

কাল দীর্ঘায়নের ও দৈর্ঘ্য সংকোচনের কৌতূহলী দিক মহাকাশ ভ্রমণে ঘটে থাকে। প্রচুর দূরত্ব অন্তর্ভুক্তির কারণে এমনকি আমাদের সৌরজগতের বাইরের নিকটতম তারায় গমন করতেও অনেক সময় লাগবে। আলফা সেন্টোরাই (Alpha Centauri) আমাদের গ্যালাক্সির নিকটতম তারা যা 4.3 আলোকবর্ষ দূরে অবস্থিত। অর্থাৎ এই তারায় আলো পৌঁছাতে পৃথিবীতে অবস্থিত ব্যক্তি কর্তৃক পরিমাপকৃত সময় 4.3 বছর। ধরি একটি রকেট পৃথিবীর সাপেক্ষে 0.95c বেগে আলফা সেন্টোরাই-এর দিকে গমন করল। এখানে দুটি বিষয় জড়িত রয়েছে একটি হলো পৃথিবী থেকে গমন এবং অপরটি আলফা সেন্টোরাই-এ আগমন। গমনের ঠিক পূর্ব মুহূর্তে পৃথিবী মহাকাশযানের বাইরে এবং গন্তব্যে পৌঁছার ঠিক পর মুহূর্তে আলফা সেন্টোরাই মহাকাশযানের বাইরে। সুতরাং মহাকাশযাত্রীর নিকট দুটো ঘটনা একই স্থানে সংঘটিত হয়, অর্থাৎ মহাকাশযানের বাইরে।

পৃথিবীতে অবস্থিত ব্যক্তির কাছে ঘটনা দুটো ভিন্ন ভিন্ন স্থানে সংঘটিত হয়। সুতরাং এরূপ ব্যক্তি কর্তৃক পরিমাপকৃত দীর্ঘায়িত সময় ব্যবধান Δt যেখানে

$$\Delta t = \frac{4.3}{0.95} \text{ বছর} = 4.5 \text{ বছর}$$

কাল দীর্ঘায়ন সূত্রানুসারে মহাকাশযাত্রী কর্তৃক তাদের ঘড়িতে পরিমাপকৃত আসল সময় ব্যবধান হবে

$$\Delta t_0 = \Delta t\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = 4.5\times\sqrt{1-\left(\frac{0.95\,c}{c}\right)^2}$$

$$= 1.4 \text{ বছর}$$

সুতরাং, যখন মহাকাশযাত্রী আলফা সেন্টোরাইতে পৌঁছবে তখন তার বয়স বাড়বে 1·4 বছর। কিন্তু পৃথিবীর পর্যবেক্ষক কর্তৃক নির্ণীত 4·5 বছর নয়।

আবার ধরা যাক একটি দণ্ড দ্রুতযান রকেটের মধ্যে আছে। রকেট যখন আলোর বেগের কাছাকাছি বেগ নিয়ে গতিশীল থাকে তখন ওই রকেটের মধ্যে যদি দণ্ডটির দৈর্ঘ্য পরিমাপ করা হয় তাহলে দেখা যাবে যে, গতিশীল অবস্থায় দণ্ডটির দৈর্ঘ্য নিশ্চল অবস্থায় দৈর্ঘ্যের চেয়ে ছোট হবে। অর্থাৎ পৃথিবীতে দণ্ডটি স্থির অবস্থায় থাকাকালীন দৈর্ঘ্য গতিশীল অবস্থায় থাকাকালীন দৈর্ঘ্যের চেয়ে বড় হবে। যদি পর্যবেক্ষকের সাপেক্ষে গতিশীল কোনো বস্তুর দৈর্ঘ্য L হয় এবং যদি ওই পর্যবেক্ষকের সাপেক্ষে নিশ্চল অবস্থায় একই বস্তুর দৈর্ঘ্য L_0 হয় তাহলে L সব সময় L_0 অপেক্ষা ছোট হবে। এখানে L_0 কে বলা হয় যথোপযুক্ত বা প্রকৃত দৈর্ঘ্য (proper length) যা নিচের সমীকরণ দ্বারা সম্পর্কিত।

$$\boxed{L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

এখানে v = রকেটের বেগ

c = আলোর বেগ

হিসাব কর : একজন মহাশূন্যচারী 40 বছর বয়সে $2·4 \times 10^8\ ms^{-1}$ বেগে গতিশীল মহাশূন্যযানে চড়ে ছায়াপথ অনুসন্ধানে গেলেন এবং 50 বছর পর ফিরে এলেন। মহাশূন্যচারীর বয়স তখন কত হবে ?

হিসাব কর : একটি রকেট কত বেগে চললে এর দৈর্ঘ্য সংকুচিত হয়ে নিশ্চল দৈর্ঘ্যের অর্ধেক হবে ?

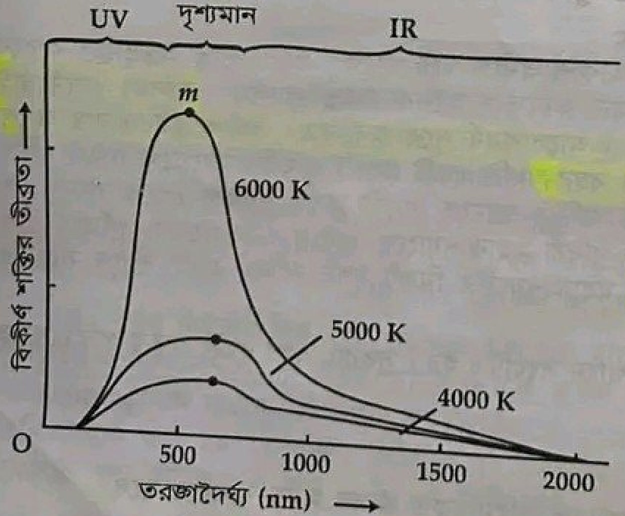
৮·১১ প্ল্যাঙ্ক-এর কৃষ্ণ বস্তুর বিকিরণ
Planck's black body radiation

আমরা জানি তাপমাত্রার কারণে কোনো বস্তু থেকে বিকিরণ নিঃসৃত হয়। তাপ বিকিরণের বৈশিষ্ট্য বস্তুর ধর্ম ও তাপমাত্রার ওপর নির্ভর করে। একটি আদর্শ কৃষ্ণ বস্তু সকল তরঙ্গদৈর্ঘ্যের তাপশক্তি শোষণ করতে পারে। আবার যথাযথ তাপমাত্রায় উত্তপ্ত করলে সকল তরঙ্গদৈর্ঘ্যের তাপশক্তি বিকিরণ করতে পারে। a দিয়ে যদি বস্তুটিতে আপতিত বিকিরণের শোষিত অংশ, r দিয়ে প্রতিফলিত অংশ এবং t দিয়ে যদি সঞ্চালিত অংশ বোঝায় তাহলে সাধারণ বস্তুর বেলায় $a + r + t = 1$ হয়। কিন্তু আদর্শ কৃষ্ণ বস্তুর বেলায় কোনো বিকিরণ প্রতিফলিত ও সঞ্চালিত হয় না। এক্ষেত্রে $r = 0$ এবং $t = 0$ এবং $a = 1$ হয়। কালো বস্তুর শোষণ ক্ষমতা 1 অর্থাৎ কৃষ্ণ বা কালো বস্তু আপতিত বিকিরণের সম্পুর্নটাই শোষণ করে। এটিই কৃষ্ণ ও বাস্তব বিকিরণের প্রধান পার্থক্য। চিত্র ৮·১০-এ তিনটি তাপমাত্রার জন্য একটি কৃষ্ণ বস্তুর বিকিরণের বিকীর্ণ শক্তি বনাম তরঙ্গদৈর্ঘ্যের লেখচিত্র দেখান হয়েছে। লেখচিত্র হতে দেখা যায় যে,

(ক) তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে কৃষ্ণ বস্তু হতে মোট বিকীর্ণ শক্তি বৃদ্ধি পায় এবং $t \propto E$

(খ) যে তরঙ্গদৈর্ঘ্যে সর্বোচ্চ পরিমাণ শক্তি বিকীর্ণ হয় তা তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে হ্রাস পায়। $t \propto \frac{1}{\lambda}$

নিম্ন তাপমাত্রায় তাপ সকল বিকিরণের তরঙ্গদৈর্ঘ্য অবলোহিত (Infrared) অঞ্চলে থাকে বলে এই বিকিরণ চোখে দেখা যায় না। বস্তুর তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে লাল রং এর আভা ক্রমশ সাদা রং ধারণ করে। তাপ বিকিরণের ওপর পরীক্ষা-নিরীক্ষায় দেখা যায় যে, তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বণ্টন বর্ণালির অবলোহিত রেখা অঞ্চল হতে অতিবেগুনি রেখা অঞ্চল পর্যন্ত বিস্তৃত হয়। কৃষ্ণ কায়ার তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে কৃষ্ণকায়া কর্তৃক নিঃসৃত মোট শক্তি বৃদ্ধি পায়। কিন্তু যে তরঙ্গদৈর্ঘ্যে সর্বোচ্চ পরিমাণ শক্তি বিকীর্ণ হয় তা তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে হ্রাস পায়। চিরায়ত পদার্থবিজ্ঞানের তত্ত্ব বা সূত্র দ্বারা কৃষ্ণ বস্তুর বর্ণালির সকল পরিসরের শক্তি বণ্টন ব্যাখ্যা করা যায় না। কৃষ্ণ বস্তুর ব্যাখ্যা প্রদান করার জন্য 1900 খ্রিস্টাব্দে জার্মানির বিখ্যাত পদার্থবিদ **প্ল্যাঙ্ক** (Planck) কৃষ্ণ বস্তুর বিকিরণের মতবাদ প্রতিষ্ঠা করেন। এই মতবাদ প্রতিষ্ঠা লাভের পর পদার্থবিজ্ঞানে এক যুগান্তকারী অধ্যায় সৃষ্টি হয়। ভিয়েন-এর শক্তি বণ্টন সূত্রের সাহায্যে ক্ষুদ্র তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বিকিরণের শক্তি বণ্টন নির্ণয় করা যায়। আবার র‍্যালে-জিন্‌স-এর শক্তি বণ্টন সূত্রের সাহায্যে দীর্ঘ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বিকিরণের শক্তি বণ্টন ব্যাখ্যা করা যায়। কিন্তু আদর্শ কৃষ্ণ বস্তু ক্ষুদ্র ও দীর্ঘ অর্থাৎ সকল তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বিকিরণ নিঃসরণ করে। সুতরাং উপরোল্লেখিত সূত্র দুটি দ্বারা কৃষ্ণ বস্তুর বর্ণালির সকল পরিসরের শক্তি বণ্টন ব্যাখ্যা করা যায় না। কৃষ্ণ বস্তুর বর্ণালির সকল পরিসরের শক্তি বণ্টন ব্যাখ্যার জন্য বিজ্ঞানী প্ল্যাঙ্ক একটি তত্ত্ব প্রতিষ্ঠা করেন। প্ল্যাঙ্ক-এর প্রতিষ্ঠিত এই তত্ত্বকে **কোয়ান্টাম তত্ত্ব বা তেজকণাবাদ** বলে।



চিত্র ৮·১০

৮.১১.১ প্ল্যাঙ্কের কোয়ান্টাম তত্ত্ব
Planck's quantum theory

প্ল্যাঙ্কের অভিমত অনুসারে কোনো বস্তু হতে শক্তির বিকরণ বা বিভিন্ন বস্তুর মধ্যে শক্তির বিনিময় নিরবচ্ছিন্নভাবে ঘটে না। এই প্রক্রিয়ায় কোনো ধারাবাহিকতা নাই। শক্তির নিঃসরণ বিচ্ছিন্নভাবে খণ্ড খণ্ড আকারে বা এক একটি গুচ্ছে বা প্যাকেটে নির্গত বা শোষিত হয়। প্রত্যেকটি শক্তিকণা বা শক্তিগুচ্ছ এক একটি অবিভাজ্য একক। শক্তির এই অবিভাজ্য এককের নাম কোয়াণ্টাম বা ফোটন। এই কোয়াণ্টাম বা ফোটনকে শক্তির পরমাণু (atoms of energy) বলে। যদি কোয়াণ্টাম বা ফোটনের কম্পাঙ্ক υ এবং প্ল্যাঙ্ক-এর ধ্রুবক h হয় তবে প্রতিটি ফোটনে শক্তির পরিমাণ,

$$\boxed{E = h\upsilon} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (8.47)$$

কিন্তু যদি n সংখ্যক ফোটন একসাথে নির্গত বা শোষিত হয়, তবে মোট শক্তির পরিমাণ $= nh\upsilon$

এখানে $n = 0, 1, 2, \ldots$, ইত্যাদি। এটাই প্ল্যাঙ্ক-এর বিকিরণ সূত্র। প্ল্যাঙ্ক-এর ধ্রুবক $h = 6{\cdot}63 \times 10^{-34}$ জুল সে.। প্ল্যাঙ্কের ধ্রুবকের মাত্রা $[h] = ML^{-2}T^{-2}s^{-1}$; বিকিরণের এই তত্ত্ব কোয়ান্টাম তত্ত্ব বা তেজকণা তত্ত্ব (Quantum theory) নামে পরিচিত।

৮.১১.২ ফোটন
Photon

কোনো বস্তু থেকে আলো বা কোনো শক্তির নিঃসরণ নিরবচ্ছিন্নভাবে হয় না। শক্তি বা বিকিরণ গুচ্ছ গুচ্ছ আকারে প্যাকেট বা কোয়ান্টাম হিসেবে নিঃসৃত হয়। আলো তথা যে কোনো বিকিরণ অসংখ্য কোয়ান্টার সমষ্টি। আলোর এই কণা বা প্যাকেট বা কোয়ান্টাকে ফোটন বলে। একটি ফোটনের শক্তি, $E = h\upsilon$.

ফোটনের ধর্মাবলি

ফোটন কণার প্রধান ধর্মগুলি হলো—

(১) প্রতিটি ফোটন কণাই চার্জহীন অর্থাৎ নিস্তড়িৎ। তাই তড়িৎ ক্ষেত্র বা চৌম্বক ক্ষেত্র দ্বারা এর কোনো বিক্ষেপ হয় না।

(২) প্রতিটি ফোটন কণা আলোর বেগে চলে। এই বেগের কোনো হ্রাস-বৃদ্ধি নেই।

(৩) একটি ফোটন কণার শক্তি $E = h\upsilon$, এখানে υ = বিকিরণের কম্পাঙ্ক, h = প্ল্যাঙ্ক ধ্রুবক।

(৪) ফোটন কণার স্থির ভর শূন্য।

(৫) এদের আয়নিত করা যায় না।

(৬) ফোটন ভরহীন কণা হলেও এর সুনির্দিষ্ট ভরবেগ আছে। এর ভরবেগ, $p = \frac{h\upsilon}{c}$।

(৭) E ও P যথাক্রমে ফোটনের শক্তি ও ভরবেগ হলে এবং υ ও λ যথাক্রমে একই আলোর ফোটনের কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গদৈর্ঘ্য হলে, $E = h\upsilon = \frac{hc}{\lambda}$।

(৮) ফোটন পদার্থের কণার সাথে সংঘর্ষ ঘটাতে পারে। এই সংঘর্ষে মোটশক্তি ও মোট ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে।

কাজ : "কৃষ্ণ বস্তুর বিকিরণ ব্যাখ্যায় চিরায়ত পদার্থবিজ্ঞানের ব্যর্থতা পরিলক্ষিত হয়।"—উক্তিটি ব্যাখ্যা কর।

জানা দরকার : ফোটনের স্থির ভর (rest mass) শূন্য। কিন্তু গতিশীল অবস্থায় ফোটনের ভর, $m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\upsilon}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}$

আইনস্টাইনের ভর শক্তি সমীকরণ $E = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}$ থেকে ফোটনের ভরবেগ পাওয়া যায়,

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\gamma}{c} = \frac{h}{\lambda} \qquad [\because m_0 = 0 \;\therefore\; \boxed{E = pc}]$$

$E = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}$

$E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$

গাণিতিক উদাহরণ ৮.৪

১। একট ধাতব প্লেটের ওপর প্রতি সেকেন্ডে কতগুলি ফোটন আপতিত হলে প্লেটটির ওপর 10^{-4} N বল প্রযুক্ত হবে? বিকিরণের তরঙ্গদৈর্ঘ্য 5×10^{-7} m। λ n F

আমরা জানি, ফোটনের ভরবেগ,

$$p = mc = \frac{h}{\lambda}$$

যদি প্রতি সেকেন্ডে n সংখ্যক ফোটন ধাতু পৃষ্ঠে আপতিত হয়

তবে প্রতি সেকেন্ডে ভরবেগের পরিবর্তন, $np = \frac{nh}{\lambda}$

এখানে,

$\lambda = 5 \times 10^{-7}$ m

$F = 10^{-4}$ N

$h = 6{\cdot}62 \times 10^{-34}$ Js

$n = ?$

৮.১২ এক্স-রে বা রঞ্জন রশ্মি
X-rays or Röntgen rays

শরীরের কোনো অঙ্গ যেমন হাত, পা ভেঙ্গে গেলে আমরা চিকিৎসকের কাছে যাই। চিকিৎসক আমাদের এক্স-রে করার পরামর্শ দেন। এক্স-রে ফিল্মের রিপোর্ট দেখে আমরা জানতে পারি কী ধরনের সমস্যা হয়েছে। তাহলে এই এক্স-রে কী ? কীভাবে তা উৎপন্ন হয় ? এ ব্যাপারে আমারা বিস্তারিত আলোচনা করব।

এক্স-রে বা রঞ্জন রশ্মি উনবিংশ শতাব্দির এক যুগান্তকারী আবিষ্কার। 1895 খ্রিস্টাব্দে বিখ্যাত জার্মান বিজ্ঞানী অধ্যাপক **উইলহেম কে. রনজেন** (Wilhelm K. Röntgen) এই রশ্মি আবিষ্কার করেন। তিনি ক্ষরণ নল নিয়ে ক্যাথোড রশ্মি সম্পর্কে গবেষণা চালাবার সময় দেখতে পান যে, ক্ষরণ নলের পার্শ্বে স্থাপিত বেরিয়াম প্লাটিনোসায়ানাইডের পাতের উপর ক্যাথোড রশ্মি পতিত হয়ে প্রতিপ্রভা সৃষ্টি করেছে। তিনি একটি মোটা লাল কাগজ দ্বারা ক্ষরণ নলকে আবৃত করে পাতের উপর প্রতিপ্রভা লক্ষ করেন। তারপর পাত এবং নলের মধ্যে পুরু ধাতব পাত স্থাপন করেও একই জিনিস দেখতে পান। তখন তিনি এই সিদ্ধান্তে উপনীত হন যে, ওই রশ্মিসমূহ ক্যাথোড রশ্মি নয়। বরং ক্যাথোড রশ্মি ক্ষরণ নলের গায়ে আঘাতপ্রাপ্ত হবার পর তা হতে বিশেষ এক প্রকার রশ্মি উৎপন্ন হচ্ছে যার ফলে ওই প্রতিপ্রভা সৃষ্টি হচ্ছে। এই বিশেষ রশ্মির প্রকৃতি এবং ধর্মাবলি জানা না থাকায় তিনি ঐ রশ্মিসমূহের নামকরণ করেন **এক্স-রে** বা **অজানা রশ্মি**। সাধারণত অঙ্ক করার সময় অজানা রাশিকে আমরা X ধরে থাকি। বিজ্ঞানী রনজেনও তাই করেছেন। আবিষ্কারকের নামানুসারে তাদেরকে **রনজেন রশ্মিও** বলা হয়। পরবর্তী কালে বিভিন্ন পরীক্ষার মাধ্যমে এই রশ্মিসমূহের প্রকৃতি এবং ধর্ম জানা যায়।

সংজ্ঞা : **দ্রুতগতিসম্পন্ন ইলেকট্রন কোনো ধাতুকে আঘাত করলে তা থেকে উচ্চ ভেদন ক্ষমতাসম্পন্ন এক প্রকার বিকিরণ উৎপন্ন হয়। এই বিকিরণকে এক্স-রে বলে।**

এক্স-রের প্রকৃতি : বিভিন্ন বিজ্ঞানী বিভিন্ন পরীক্ষার সাহায্যে এক্স-রে বা রঞ্জন রশ্মির প্রকৃতি নির্ণয় করেন। এক্স-রে চার্জযুক্ত কণা দ্বারা গঠিত নয়। এরা দৃশ্যমান আলোকের বিদ্যুৎ-চুম্বকীয় তরঙ্গ। এই তরঙ্গ আড় তরঙ্গ, লম্বিক তরঙ্গ নয়। দৃশ্যমান আলোকের তরঙ্গদৈর্ঘ্য অপেক্ষা তাদের তরঙ্গদৈর্ঘ্য অনেক ছোট ।

1000%

এক্স-রের প্রকারভেদ (Kinds of X-rays) : এক্স-রে দুই প্রকার, যথা—

(১) কোমল এক্স-রে ও (২) কঠিন এক্স-রে।

(১) কোমল এক্স-রে (Soft X-rays) : এক্স-রশ্মির তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সীমা 0.01 Å থেকে 10 Å এর মধ্যে। যে সমস্ত এক্স রশ্মির তরঙ্গদৈর্ঘ্য 10 Å এর কাছাকাছি, ওই ধরনের এক্স-রশ্মিকে কোমল এক্স-রে বলে। এই রশ্মির ফোটনের শক্তি KeV রেঞ্জের। এর তরঙ্গদৈর্ঘ্য বেশি কিন্তু ভেদন ক্ষমতা অত্যন্ত কম। তবে চিকিৎসাবিজ্ঞানে কোমল এক্স-রের ব্যবহার প্রচুর।

(২) কঠিন এক্স-রে (Hard X-rays) : নলের ভেতর গ্যাসের চাপ কম হলে অধিক বিভব পার্থক্য প্রয়োগে এক্স-রশ্মি উৎপন্ন হয়। এই এক্স-রশ্মিকে কঠিন এক্স-রে বলে। কঠিন এক্স-রের তরঙ্গদৈর্ঘ্য 0.01 Å মানের কাছাকাছি। এই রশ্মির ফোটনের শক্তি MeV রেঞ্জের হয়। এই রশ্মির তরঙ্গদৈর্ঘ্য কম কিন্তু ভেদন ক্ষমতা খুবই বেশি। পদার্থের গঠন প্রকৃতি নির্ণয়ে এবং বিভিন্ন গবেষণা কার্যে এর ব্যবহার সর্বাধিক।

এক্স-রের একক (Unit of X-rays) : এক্স-রে বিকিরণ পরিমাপ করার জন্য যে একক ব্যবহার করা হয় তাকে রন্‌জেন বলা হয়। **এক রন্‌জেন বলতে আমরা সেই পরিমাণ এক্স-রে বিকিরণ বুঝি যা সাধারণ চাপ এবং তাপমাত্রায় 1×10^{-3} m বায়ুতে 3.33×10^{-10}C চার্জের সমান চার্জ উৎপন্ন করতে পারে।**

জানার বিষয় : I. কোমল এক্স-রে এর তরঙ্গদৈর্ঘ্য বেশি, ভেদনক্ষমতা অত্যন্ত কম।

II. কঠিন এক্স-রে এর তরঙ্গদৈর্ঘ্য কম, ভেদনক্ষমতা অত্যন্ত বেশি।

৮.১২.১ এক্স-রে উৎপাদন
Production of X-rays

আমরা জানি যে, ক্যাথোড রশ্মি দ্রুতগতিসম্পন্ন ইলেকট্রন ছাড়া আর কিছুই নয়। দ্রুতগতিসম্পন্ন ইলেকট্রন সহসা কঠিন ধাতব পদার্থে আঘাত করলে তা হতে এক্স-রে উৎপন্ন হয় ।

এক্স-রে উৎপাদনের জন্য **তিনটি** পদ্ধতি আছে; যথা—

BCGL

(১) **গ্যাস নল পদ্ধতি** (Gas tube method) ;

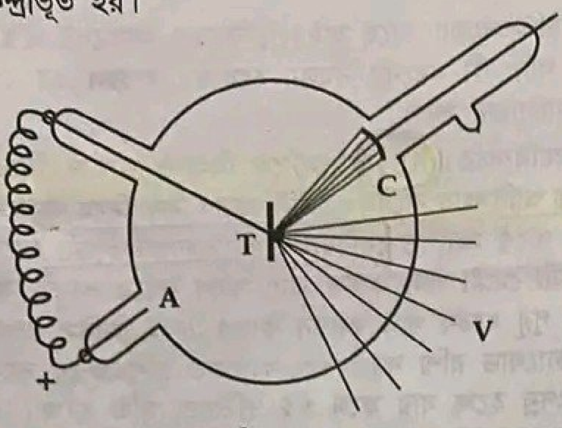
(২) **কুলীজ নল পদ্ধতি** (Coolidge tube method) ও

(৩) **বিটাট্রন পদ্ধতি** (Betatron method) ।

এক্স-রে উৎপাদনের জন্য এখানে আমরা শুধু গ্যাস নল পদ্ধতি আলোচনা করব ।

গ্যাস নল পদ্ধতি : গ্যাস নল একটি বিশেষ ধরনের ক্ষরণ নল। এতে একটি নিষ্কাশিত কাচের শক্ত বাল্‌ব আছে। এই বাল্‌বে তিনটি পার্শ্ব নল আছে। এক পার্শ্ব নলে অ্যালুমিনিয়ামের তৈরি অবতল আকৃতির ক্যাথোড C থাকে

[চিত্র ৮.১১]। ক্যাথোডের ঠিক বিপরীত দিকে অ্যানোড A থাকে। ক্যাথোড অবতল হওয়ায় ক্যাথোড রশ্মি একটি বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত হয়।



চিত্র ৮.১১

ক্যাথোডের ঠিক সম্মুখে উচ্চ গলনাঙ্ক এবং উচ্চ পারমাণবিক ওজনবিশিষ্ট ধাতু যেমন টাংস্টেন, প্লাটিনাম বা মলিবডেনাম-এর তৈরি একটি বিদ্যুৎদ্বার T আছে। এর নাম অ্যান্টি-ক্যাথোড (Anti-cathode) বা টারগেট (Target)। এটি ক্যাথোড অক্ষের সাথে 45° কোণে অবস্থান করে। অ্যানোড এবং টারগেট বাইরের দিকে সংযুক্ত থাকে, ফলে ক্ষরণ স্থির থাকে ।

নলের মধ্যে বায়ুর চাপ 10^{-7} atmosphere এবং অ্যানোড ও ক্যাথোডের মধ্যে বিভব পার্থক্য, 30,000 V হতে 50,000 V হলে ক্যাথোড হতে ইলেকট্রন তীব্র বেগে ধাবিত হয়ে টারগেট বা লক্ষ্যবস্তুর ওপর পড়বে এবং তা হতে এক্স-রে উৎপন্ন হবে।বায়ুর চাপ কম রখার কারণ হলো যে, ইলেকট্রনগুলো ক্যাথোড থেকে অ্যানোডে যাওয়ার সময় বায়ুর অণুগুলোর সাথে সংঘর্ষের ফলে অ্যানোডে পৌঁছতে অসুবিধা না হয়।

ইলেকট্রনের চার্জ e এবং ক্যাথোড ও অ্যানোডের মধ্যে বিভব পার্থক্য V হলে তাপীয় ইলেকট্রন ক্যাথোড থেকে অ্যানোডে যাওয়ার সময় eV শক্তি লাভ করে। ইলেকট্রন লক্ষ্যবস্তুকে আঘাতের ফলে গতিশক্তির কিছু অংশ তাপশক্তি হিসেবে লক্ষ্যবস্তু শোষণ করে এবং অবশিষ্ট অংশ এক্স-রশ্মিতে পরিণত হয়। ক্যাথোড ও অ্যানোডের মধ্যে প্রযুক্ত ভোল্টেজ এবং সৃষ্ট এক্স-রের সর্বোচ্চ কম্পাঙ্ক (বা ন্যূনতম তরঙ্গদৈর্ঘ্য)-এর মধ্যে নিম্নোক্ত সম্পর্ক দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

$$eV = h\upsilon_{max} = \frac{hc}{\lambda_{min}} \qquad [\because \upsilon = \frac{c}{\lambda}]$$

এখানে, c = আলোর বেগ এবং h = প্ল্যাঙ্ক ধ্রুবক।

বা, $$\lambda_{min} = \frac{ch}{eV} \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.48)$$

এটিই হলো উৎপন্ন এক্স-রশ্মির তরঙ্গদৈর্ঘ্য।

এক্স-রে উৎপাদনের জন্য বর্তমানে কিনোট্রন, বিটাট্রন প্রভৃতি অনেক আধুনিক যন্ত্র আবিষ্কৃত হয়েছে। তবে সব যন্ত্রের মূলনীতি একই।

গাণিতিক উদাহরণ ৮.৫

১। সর্বনিম্ন 0.6 Å তরঙ্গদৈর্ঘ্যের এক্স রশ্মি উৎপাদনের জন্য এক্স রশ্মি নলের ক্যাথোড ও অ্যানোডের মধ্যে বিভেদ পার্থক্যের সর্বনিম্ন মান কত হওয়া প্রয়োজন বের কর।

আমরা জানি,

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{eV}$$

$$\text{বা, } V = \frac{hc}{e\lambda_{min}}$$

$$\therefore V = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{1.6 \times 10^{-19} \times 0.6 \times 10^{-10}} = \frac{6.63 \times 3 \times 10^{3}}{1.6 \times 0.6}$$

$$= 2 \times 10^{4} \text{ Volt} = 20 \text{ kV}$$

এখানে,
$\lambda_{min} = 0.6$ Å $= 0.6 \times 10^{-10}$ m
$h = 6.63 \times 10^{-34}$ Js
$c = 3 \times 10^{8}$ ms^{-1}
$e = 1.6 \times 10^{-19}$ C
V = ?

২। এক্স-রশ্মি নলে প্রযুক্ত বিভব পার্থক্য 6 kV হলে প্রবাহমাত্রা 2 mA হয়। (i) লক্ষ্যবস্তুতে প্রতি সেকেন্ডে আপতিত ইলেকট্রন সংখ্যা (ii) আপতিত ইলেকট্রনের বেগ এবং (iii) নলে উৎপন্ন ক্ষমতা নির্ণয় কর।

(i) ধরা যাক, প্রতি সেকেন্ডে n সংখ্যক ইলেকট্রন লক্ষ্যবস্তুতে আঘাত করে। তাহলে,

$$I = ne$$

$$\text{বা, } n = \frac{I}{e}$$

$$= \frac{2 \times 10^{-3}}{\ldots} = 1.25 \times 10^{16} \text{ /sec}$$

এখানে,
V $= 6$ kV $= 6 \times 10^{3}$ V
I $= 2$ mA $= 2 \times 10^{-3}$ A
$e = 1.6 \times 10^{-19}$ C
n = ?

৮.১২.২ **এক্স-রের ধর্ম**
Properties of X-rays

100%

বিভিন্ন পরীক্ষা-নিরীক্ষার সাহায্যে এক্স-রের নিম্নলিখিত ধর্মসমূহ আবিষ্কৃত হয়েছে—

(১) এক্স-রে সরলরেখায় গমন করে।
(২) এক্স-রে অদৃশ্য। সাধারণ আলোক রেটিনায় পড়লে দৃষ্টির অনুভূতি জন্মায় কিন্তু এদের ক্ষেত্রে এমন হয় না।
(৩) এটি বিদ্যুৎ-চুম্বকীয় আড় তরঙ্গ।
(৪) এর তরঙ্গদৈর্ঘ্য সাধারণ আলোকের তরঙ্গদৈর্ঘ্য অপেক্ষা ছোট। সাধারণ আলোকের তরঙ্গদৈর্ঘ্য 10^{-7} m বা 1000 Å; কিন্তু এদের তরঙ্গদৈর্ঘ্য 10^{-10} m বা, 1 Å।
(৫) আলোকের সমবেগে অর্থাৎ 3×10^8 ms^{-1} বেগে এটি গমন করে।
(৬) এর ভেদন ক্ষমতা অত্যধিক।
(৭) ফটোগ্রাফিক প্লেটের ওপর এর প্রতিক্রিয়া আছে।
(৮) এটি প্রতিপ্রভা সৃষ্টি করে।
(৯) এটি বিদ্যুৎ এবং চৌম্বক ক্ষেত্র দ্বারা বিক্ষিপ্ত হয় না। সুতরাং এর মধ্যে কোনো চার্জ নেই।
(১০) গ্যাসের মধ্য দিয়ে যাবার সময় এটি গ্যাসকে আয়নিত করে।
(১১) এটি আলোক-বিদ্যুৎ ক্রিয়া প্রদর্শন করে। অর্থাৎ কোনো ধাতব পদার্থে আপতিত হলে তা হতে ইলেকট্রন নির্গত হয়।
(১২) সাধারণ আলোকের ন্যায় এর প্রতিফলন, প্রতিসরণ, ব্যতিচার, অপবর্তন এবং ব্যবর্তন ঘটে।
(১৩) এটি জীবন্ত কোষকে ধ্বংস করতে পারে।
(১৪) এর প্রভাবে জীব কোষের জিনের (genes) চারিত্রিক গুণাবলির পরিবর্তন ঘটে।
(১৫) চামড়ার ওপর অনেকক্ষণ ধরে এটি আপতিত হলে শরীরের ক্ষতিসাধন করে। তখন এটি রক্তের শ্বেত কণিকা ধ্বংস করে।
(১৬) X-রশ্মির তীব্রতা ব্যস্তানুপাতিক সূত্র মেনে চলে।

৮.১২.৩ **এক্স-রের ব্যবহার**
Uses of X-rays

আধুনিক বিজ্ঞান জগতে এক্স-রে এর ব্যবহার একটি অমূল্য অবদান। নিম্নে এক্স-রে এর বিভিন্ন প্রয়োগের বিবরণ দেয়া হলো।

(১) চিকিৎসা ক্ষেত্রে (In medical science) : শরীরের কোনো অংশের হাড় স্থানচ্যুত হলে, হাড় ভেঙ্গে গেলে বা শরীরের কোনো অংশে অবাঞ্ছিত কোনো বস্তু প্রবেশ করলে এক্স-রে দ্বারা তা ধরা যায়। দাঁতের ক্ষয় এবং দাঁতের গোড়ায় ক্ষত নির্ণয়ে এক্স-রে ব্যবহার করা হয়। আলসার, ক্যান্সার, টিউমার, যক্ষ্মা প্রভৃতি রোগ নির্ণয় এক্স-রে এর সাহায্যে করা যায়। এ ছাড়া জীব কোষ ধ্বংসের কাজে এক্স-রে ব্যবহার করা হয়।


চিত্র ৮.১২

(২) গোয়েন্দা বিভাগে (In detective departments) : কোনো কাঠের বাক্স বা চামড়ার থলের মধ্যে লুকানো বিস্ফোরক, আগ্নেয়াস্ত্র বা নিষিদ্ধ দ্রব্য থাকলে এক্স-রে এর সাহায্যে তা নির্ণয় করা যায়। তা ছাড়া কোনো দুষ্কৃতিকারীর পেটে সোনা, রূপা, মুক্তা প্রভৃতি মূল্যবান ধাতু থাকলে এক্স-রে এর সাহায্যে তা চিহ্নিত করা যায়।

(৩) শিল্প ক্ষেত্রে (In industry) : কোনো ধাতব পাতের অভ্যন্তরে কোনো ফাটল বা গর্ত নির্ণয়ের জন্য, প্রকৃত এবং নকল হীরকের পার্থক্য নির্ণয়ের জন্য, ঝিনুকের মধ্যে মুক্তার অবস্থান নির্ণয়ের জন্য, ঢালাইয়ের কোনো খুঁত নির্ধারণের জন্য এবং ঝালাইয়ের ত্রুটি নির্ণয়ের কাজে এক্স-রে ব্যবহার করা হয়। আজকাল চামড়া শিল্পে এক্স-রে ব্যবহৃত হচ্ছে।

(৪) ব্যবসায়ে (In commerce) : আমেরিকা, ইংল্যান্ড এবং অন্যান্য উন্নত দেশসমূহে লজেন্স, টফি, কেক প্রভৃতি খাদ্য তৈরির পর এক্স-রে এর সাহায্যে তা পরীক্ষা করা হয়। অনেক সময় অবাঞ্ছিত দ্রব্য এই সমস্ত খাদ্যদ্রব্যের মধ্যে মিশ্রিত হয়ে খাদ্যদ্রব্য বিষাক্ত করে ফেলে। এক্স-রে এই বিপদ দূর করতে সাহায্য করে ব্যবসায়ের সুনাম অক্ষুণ্ন রাখে।

(৫) পরীক্ষাগারে (In laboratory) : পরমাণুর গঠন, কেলাসের গঠন এবং অন্যান্য বৈজ্ঞানিক গবেষণায় এক্স-রে ব্যবহৃত হয়।

নিজে কর : এক্স-রশ্মি তড়িৎ চুম্বকীয় রশ্মি, তাহলে তড়িৎ ও চৌম্বক ক্ষেত্র দ্বারা এক্স-রশ্মি বিক্ষিপ্ত হয় না কেন?

এক্স-রশ্মি আহিত কণা নয়, তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গ। তাই তড়িৎ ও চৌম্বক ক্ষেত্র দ্বারা এক্স-রশ্মি বিক্ষিপ্ত হয় না।

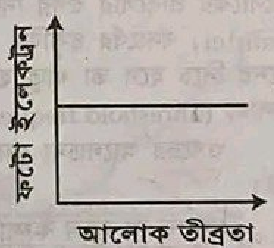
৮.১৩ ফটো তড়িৎ ক্রিয়া
Photo electric effect

দুপুরের প্রখর সূর্যের তাপে টিনের চালে আলো এসে পড়লে যদি টিনের চাল থেকে ইলেকট্রন নির্গত হয়ে বিদ্যুৎ উৎপন্ন হতো তাহলে ব্যাপারটি কেমন হতো একবার ভেবে দেখতো! ঠিক এমনই একটি ঘটনা হলো ফটো তড়িৎ ক্রিয়া। এখন এই ক্রিয়া সম্পর্কে আমরা জানব।

পরীক্ষার সাহায্যে দেখা গেছে **যে ধাতব পদার্থের ওপর যথোপযুক্ত কম্পাঙ্কের দৃশ্যমান আলোক কিংবা অন্য কোনো বিদ্যুৎ চুম্বকীয় তরঙ্গ আপতিত হলে ওই পদার্থ হতে ইলেকট্রন নির্গত হয়। এই ঘটনাকে আলোক তড়িৎ ক্রিয়া বা ফটো ইলেকট্রিক ইফেক্ট বলে।** আলোক রশ্মি যতক্ষণ পর্যন্ত ধাতব পদার্থে আপতিত হয়, ততক্ষণই ইলেকট্রন নির্গত হয়। ধাতব পদার্থ হতে নির্গত ইলেকট্রনকে বলা হয় **ফটো-ইলেকট্রন** (Photo-electron) বা **আলোক ইলেকট্রন। সোডিয়াম, পটাশিয়াম, সিজিয়াম, লিথিয়াম, রুবিডিয়াম** প্রভৃতি ক্ষারধর্মী পদার্থের ওপর দৃশ্যমান আলোক আপতিত হলে অধিক পরিমাণে ফটো ইলেকট্রন নির্গত হয়। অর্থাৎ ক্ষারধর্মী পদার্থের আলোক তড়িৎ সংবেদনশীলতা বেশি। তবে এক্স-রশ্মি বা গামা-রশ্মির প্রভাবে সব ধাতব পদার্থে আলোক তড়িৎ ক্রিয়া পরিলক্ষিত হয়।

আলোক তড়িৎ ক্রিয়ার নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেয়া যায়।

ধাতব পদার্থের ওপর উপযুক্ত কম্পাঙ্ক বা তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোক আপতিত হলে ওই পদার্থ হতে ইলেকট্রন নির্গত হয়। এই পদ্ধতিকে আলোক-তড়িৎ নির্গমন এবং এই ক্রিয়াকে আলোক-তড়িৎ ক্রিয়া বা আলোক বিদ্যুৎ ক্রিয়া বা ফটো ইলেকট্রিক ইফেক্ট বলে। আলোক তড়িৎ ক্রিয়ার প্রভাবে নির্গত ইলেকট্রনকে আলোক ইলেকট্রন বা ফটো ইলেকট্রন, ইলেকট্রনের নিঃসরণকে আলোক তড়িৎ নিঃসরণ এবং ইলেকট্রনের নিঃসরণের ফলে যে বিদ্যুৎ প্রবাহ সৃষ্টি হয় তাকে আলোক তড়িৎ প্রবাহ বা ফটো কারেন্ট বলে। আলোক তীব্রতা ও ফটো ইলেকট্রন নিঃসরণের লেখচিত্র ৮.১২(ক)-এ দেখানো হলো। লক্ষনীয় যে ফটো ইলেকট্রন নিঃসরণ আলোক তীব্রতার ওপর নির্ভর করে না।



চিত্র ৮.১২(ক)

৮.১৩.১ আলোক তড়িৎ ক্রিয়া আবিষ্কার
Discovery of photo electric effect

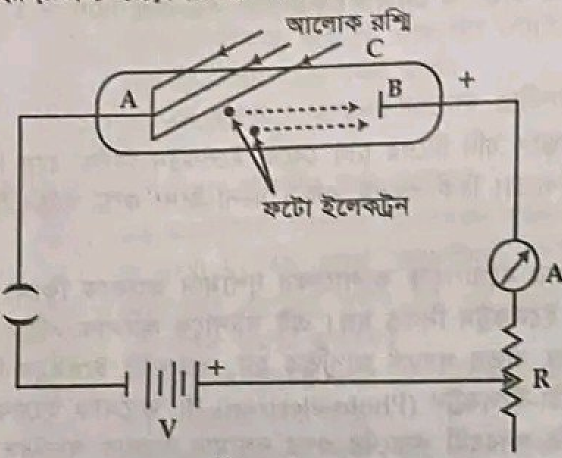
1873 খ্রিস্টাব্দে ডব্লিউ. স্মিথ (W. Smith) নামক একজন টেলিফোন অপারেটর আলোক তড়িৎ ক্রিয়া আবিষ্কার করেন। ট্রান্স আটলান্টিক ক্যাবল-এর বৈদ্যুতিক রোধ পরিমাপের যন্ত্রে তিনি সেলিনিয়াম রোধক ব্যবহার করেন। পরীক্ষাকালে তিনি লক্ষ করেন যে সূর্যের আলোক রোধকের ওপর আপতিত হওয়ায় বর্তনীর বিদ্যুৎ প্রবাহ অনেকাংশে বৃদ্ধি পায়। 1887 খ্রিস্টাব্দে বিজ্ঞানী হার্জ (Hertz) লক্ষ করেন যে, দুটি বিদ্যুৎদ্বারের মধ্যবর্তী ফাঁকে বা ঋণ বিদ্যুৎদ্বারে অতি বেগুনি রশ্মি আপতিত হলে এদের মধ্যে স্ফুলিঙ্গ (sparking) চলতে থাকে। 1888 খ্রিস্টাব্দে হলওয়াচ (Hallwachs) এবং তাঁর সঙ্গীরা গবেষণার সময় লক্ষ করেন যে অতি বেগুনি রশ্মি ধনাত্মক আধানযুক্ত পাতের ওপর আপতিত হলে তা দ্রুত অচার্জিত হয়ে পড়ে এবং ঋণাত্মক আধানযুক্ত পাতের ওপর আপতিত হলে এই ক্রিয়া সংঘটিত হয় না। 1899 খ্রিস্টাব্দে জে. জে. থমসন এবং 1900 খ্রিস্টাব্দে লিনার্ড প্রমাণ করেন যে, আলোকের প্রভাবে ধাতব পাত হতে নির্গত কণাগুলো ইলেকট্রন ছাড়া আর কিছুই নয়।

৮.১৩.২ পরীক্ষণ : আলোক তড়িৎ ক্রিয়া প্রদর্শন
Experiment : Demonstration of photo electric effect

একটি কোয়ার্জ (Quartz) নল, দস্তার দুটি পাত, ক্যাথোড পাত ও অ্যানোড পাত, অ্যামিটার, চাবি, একটি ব্যাটারি ও একটি পরিবর্তনশীল রোধ নিয়ে পরীক্ষণটি সম্পন্ন কর।

এই পরীক্ষায় C একটি বায়ুশূন্য কোয়ার্টজ (Quartz) নল। নলের মধ্যে দস্তার তৈরি দুটি পাত রয়েছে। একটি ক্যাথোড প্লেট A, অপরটি অ্যানোড প্লেট B। A পাতের ওপর সোডিয়াম, পটাসিয়াম, লিথিয়াম ইত্যাদি ক্ষারকীয় পদার্থের প্রলেপ থাকে। উক্ত পরীক্ষায় A পাতের ওপর লিথিয়াম ডাই-অক্সাইড (Li_2O)-এর একটি প্রলেপ আছে। A পাতকে

ব্যাটারির ঋণপাত এবং B পাতকে একটি অ্যামিটার ও পরিবর্তনশীল রোধ R-এর মাধ্যমে ব্যাটারির ধনপাতের সাথে যুক্ত করা হয় [চিত্র ৮·১৩]। R-এর মান কম-বেশি করে পাত দুটির মধ্যে বিভব পার্থক্য নিয়ন্ত্রণ করা হয়।



চিত্র ৮·১৩

এখন A পাতের ওপর আলোক আপতিত হলে তা হতে ইলেকট্রন নির্গত হবে। B পাত ধনাত্মক হওয়ায় ইলেকট্রন আকৃষ্ট হবে এবং বর্তনীর মধ্য দিয়ে তড়িৎ প্রবাহ চলবে। ফলে অ্যামিটার বিক্ষেপ দেখাবে। আলোক না পড়লে অ্যামিটারের কোনো বিক্ষেপ হবে না। তড়িৎ প্রবাহের মাত্রা আপতিত আলোকের তীব্রতার ওপর নির্ভর করে।

প্রাবল্য বৃদ্ধি পেলে তড়িৎ প্রবাহের মাত্রা বৃদ্ধি পায়। আবার প্রাবল্য স্থির রেখে বিভব পার্থক্য বৃদ্ধি করলে তড়িৎ প্রবাহমাত্রা বৃদ্ধি পাবে; তবে একটি নির্দিষ্ট বিভব পার্থক্য প্রয়োগে তড়িৎ প্রবাহ স্থির মানে পৌঁছাবে। এরপর বিভব পার্থক্য বৃদ্ধি করলেও প্রবাহ-মাত্রা অপরিবর্তিত থাকবে।

এখন A-কে ধন বিভবে ও B-কে ঋণ বিভবে রাখি। A-এর ওপর আলোক আপতিত হলে নির্গত ইলেকট্রন A দ্বারা আকৃষ্ট হবে এবং প্রবাহমাত্রা হ্রাস পাবে। A-এর ধন বিভব বৃদ্ধি করলে প্রবাহমাত্রা কমতে থাকবে এবং একটি নির্দিষ্ট বিভবে প্রবাহমাত্রা শূন্য হবে। এই বিভবকে নিবৃত্তি বিভব (Stopping Potential) বলে। নিবৃত্তি বিভব আপতিত আলোকের প্রাবল্যের ওপর নির্ভর করে না। কিন্তু আপতিত আলোকের কম্পাঙ্কের ওপর নির্ভর করে। এছাড়া নিঃসারক (emitter) পদার্থের প্রকৃতির ওপর নির্ভর করে। পরীক্ষার সাহায্যে দেখা গেছে যে আপতিত আলোকের কম্পাঙ্ক একটি মানের নিচে হলে তা ধাতু হতে ইলেকট্রন নির্গত করতে সক্ষম হয় না। এই কম্পাঙ্ককে প্রারম্ভ কম্পাঙ্ক বা সূচন কম্পাঙ্ক (Threshold frequency) বলে।

ওপরের আলোচনা থেকে প্রারম্ভ বা সূচন কম্পাঙ্ক, নিবৃত্তি বিভব এবং কার্য অপেক্ষকের নিম্নরূপ সংজ্ঞা দেয়া যায়।

প্রারম্ভ বা সূচন কম্পাঙ্ক : প্রত্যেক ধাতুর ক্ষেত্রে একটি ন্যূনতম কম্পাঙ্ক আছে যার চেয়ে কম কম্পাঙ্কবিশিষ্ট কোনো আলো ওই ধাতু থেকে ইলেকট্রন নির্গত করতে পারে না। ওই ন্যূনতম কম্পাঙ্ককে ওই ধাতুর প্রারম্ভ বা সূচন কম্পাঙ্ক বলে। সূচন কম্পাঙ্ক, $\upsilon_0 = \frac{W_0}{h}$, এখানে W_0 = কার্য অপেক্ষক, h = প্ল্যাঙ্কের ধ্রুবক।

নিবৃত্তি বিভব : ক্যাথোড প্লেটের সাপেক্ষে অ্যানোড প্লেটে যে ন্যূনতম ঋণ বিভব দিলে আলোক তড়িৎ প্রবাহমাত্রা সদ্য বন্ধ হয়ে যায়, সেই বিভবকে নিবৃত্তি বিভব বলা হয়।

কার্য অপেক্ষক : কোনো ধাতব পৃষ্ঠ হতে শূন্য বেগসম্পন্ন ইলেকট্রন নির্গত করতে যতটুকু শক্তির প্রয়োজন তাকে ওই ধাতুর কার্য অপেক্ষক বলে। কার্য অপেক্ষক, $W = h\upsilon$, এখানে h = প্ল্যাঙ্কের ধ্রুবক, υ = ফোটনের কম্পাঙ্ক।

৮·১৩·৩ আলোক তড়িৎ ক্রিয়ার বৈশিষ্ট্য
Characteristics of photo electric effect

আলোক তড়িৎ ক্রিয়ার নিম্নলিখিত বৈশিষ্ট্য রয়েছে—

(১) আলোক তড়িৎ ক্রিয়া একটি তাৎক্ষণিক ঘটনা অর্থাৎ আলো আপতিত হওয়ার সঙ্গে সঙ্গেই ইলেকট্রন নির্গত হয়। আলোক রশ্মির আপতিত ও ইলেকট্রন নিঃসরণের মধ্যে সময়ের ব্যবধান 10^{-9} s বা তারও কম।

(২) প্রত্যেক ধাতু হতে আলোক ইলেকট্রন নির্গমনের জন্য আপতিত রশ্মির একটি ন্যূনতম কম্পাঙ্ক থাকে যার নাম প্রারম্ভ কম্পাঙ্ক।

(৩) বিভিন্ন ধাতুর ক্ষেত্রে প্রারম্ভ কম্পাঙ্ক বিভিন্ন।

(৪) আলোক ইলেকট্রনের বেগ কোনো নির্দিষ্ট শীর্ষ মানের মধ্যে হতে পারে।

(৫) আলোক ইলেকট্রনের সর্বোচ্চ গতিবেগ আপতিত রশ্মির কম্পাঙ্কের সমানুপাতিক।

(৬) আলোক ইলেকট্রন নির্গমনের হার আপতিত আলোকের প্রাবল্যের সমানুপাতিক।

অনুসন্ধান কর : এক্স-রশ্মি বা গামা রশ্মি দ্বারা আলোক তড়িৎ ক্রিয়া ঘটানো সম্ভব কী ?

দৃশ্যমান আলোর ফোটনের শক্তি অপেক্ষাকৃত কম। এই রশ্মি ধাতব পৃষ্ঠে আপতিত হলে ফোটনটি বিলুপ্ত হয় এবং সম্পূর্ণ শক্তি ইলেকট্রন শোষণ করে ধাতু থেকে নির্গত হয়। কিন্তু এক্স-রশ্মি বা গামা রশ্মির ফোটনের শক্তি খুবই বেশি যা ইলেকট্রন সম্পূর্ণ শোষণ করতে পারে না এবং ফোটনও বিলুপ্ত হয় না। এ ঘটনাটি আলোক তড়িৎ ক্রিয়া নয়, কম্পটন ক্রিয়া।

৮.১৩.৪ আলোক তড়িৎ নির্গমনের সূত্রাবলি
Laws of photo electric emission

1912 খ্রিস্টাব্দে লিনার্ড, থমসন, রিচার্ডসন এবং কম্পটন-এর পরীক্ষালব্ধ ফলাফল হতে নির্ণীত হয়েছে যে আলোক তড়িৎ নির্গমন নিম্নলিখিত সূত্র মেনে চলে।

১ম সূত্র : আলোক তড়িৎ নির্গমন একটি তাৎক্ষণিক ঘটনা। অর্থাৎ আপতিত রশ্মির পতনকাল এবং আলোক ইলেকট্রন-এর নির্গমনকালের মধ্যে সময়ের ব্যবধান যদি থাকেও তবে তা অবশ্যই 3×10^{-9} সেকেন্ডের কম।

২য় সূত্র : প্রতিটি আলোক ইলেকট্রন নির্গমনের ক্ষেত্রে আপতিত আলোক রশ্মির একটি নির্দিষ্ট ন্যূনতম কম্পাঙ্ক রয়েছে যার নাম প্রারম্ভ কম্পাঙ্ক।

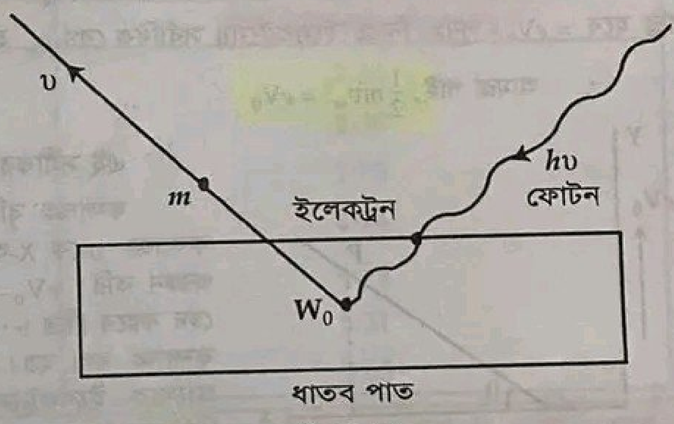
৩য় সূত্র : আপতিত আলোকের কম্পাঙ্ক প্রারম্ভ কম্পাঙ্ক অপেক্ষা অধিক হলে আলোক তড়িৎ প্রবাহ মাত্রা আপতিত আলোকের প্রাবল্যের সমানুপাতিক অর্থাৎ $i \propto I$.

এখানে i = তড়িৎ প্রবাহমাত্রা এবং I = আলোকের প্রাবল্য।

৪র্থ সূত্র : আলোক ইলেকট্রনের গতিবেগ তথা গতিশক্তি আপতিত আলোকের প্রাবল্যের ওপর নির্ভর করে না, বরং আপতিত আলোকের কম্পাঙ্ক এবং নিঃসারক বা নির্গমক (emitter)-এর প্রকৃতির ওপর নির্ভর করে।

৮.১৩.৫ আইনস্টাইনের আলোক তড়িৎ সমীকরণ
Einstein's photo electric equation

1905 খ্রিস্টাব্দে বিখ্যাত বিজ্ঞানী আইনস্টাইন আলোক তড়িৎ ক্রিয়া ব্যাখ্যার জন্য প্ল্যাঙ্কের কোয়ান্টাম তত্ত্ব প্রয়োগ করেন। কোয়ান্টাম তত্ত্ব অনুসারে যে কোনো বিকিরণ অসংখ্য ফোটনের সমষ্টি অর্থাৎ বিকিরণ ফোটনের একটি ঝাঁক বা ঝরনা। একে ফোটন হাইপোথেসিস (hypothesis) বলে। যদি υ ফোটনের কম্পাঙ্ক হয়, তবে প্রতিটি ফোটনের শক্তি হবে $= h\upsilon$, এখানে h হলো প্ল্যাঙ্কের ধ্রুবক। মনে করি $h\upsilon$ শক্তিবিশিষ্ট একটি ফোটন কোনো একটি ধাতব পাতের পরমাণুর ওপর আপতিত হলো [চিত্র ৮.১৪]। ফোটনের সাথে পরমাণুর একটি সংঘাত হবে এবং এই সংঘাত একটি স্থিতিস্থাপক সংঘাত হবে। এই সংঘাতের ফলে পরমাণুস্থ একটি ইলেকট্রন ফোটনের সমুদয় শক্তি গ্রহণ করবে এবং কোনো শক্তি স্থানান্তরিত হবে না। এখন ইলেকট্রনটি নিউক্লিয়াসের সঙ্গে আবদ্ধ থাকায় এই শক্তির কিছু অংশ (W) ইলেকট্রনকে নিউক্লিয়াসের আকর্ষণ হতে মুক্ত করতে ব্যয় হবে। অবশিষ্ট শক্তি নিয়ে ইলেকট্রন v বেগে নির্গত হবে। যদি ইলেকট্রনের ভর m হয় তবে এর গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2$।



চিত্র ৮.১৪

অতএব শক্তির নিত্যতা সূত্র হতে পাই,

$$h\upsilon = \frac{1}{2}mv^2 + W \qquad \text{... ... ...} \qquad (8.49)$$

বা, $\frac{1}{2}mv^2 = h\upsilon - W$

এখানে W = ইলেকট্রনকে নিউক্লিয়াসের বন্ধন থেকে মুক্ত করতে ব্যয়িত শক্তি। যখন বন্ধনশক্তি ন্যূনতম হবে, তখন নির্গত ইলেকট্রনের গতিশক্তি বা বেগ সর্বোচ্চ মানের হবে। এই ন্যূনতম বন্ধনশক্তি W_0 এবং নির্গত ইলেকট্রনের সর্বোচ্চ বেগ v_m হলে, সমীকরণ (8.49)-কে লেখা যায়

$$\frac{1}{2}mv_m{}^2 = h\upsilon - W_0 \qquad \text{... ...} \qquad (8.50)$$

ন্যূনতম বন্ধনশক্তি W_0-কে বলা হয় কার্য অপেক্ষক (Work function)। W_0 বিভিন্ন পদার্থের জন্য ভিন্ন ভিন্ন মানের হয় [সারণি ৮.২ দ্রষ্টব্য]

সমীকরণ (8.49) ও (8.50) হলো আইনস্টাইনের আলোক তড়িৎ সমীকরণ। ওপরের সমীকরণে, $v_m = 0$ হলে, $h\upsilon = W_0$। সুতরাং কার্য অপেক্ষকের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেয়া যায়।

সংজ্ঞা : কোনো ধাতব পৃষ্ঠ হতে শূন্য বেগসম্পন্ন ইলেকট্রন নির্গত করতে যতটুকু শক্তির প্রয়োজন তাকে ওই ধাতুর কার্য অপেক্ষক বলে।

কোনো ধাতুর কার্য অপেক্ষক 2·31 eV বলতে বুঝায় ওই ধাতব পৃষ্ঠ হতে শূন্য বেগসম্পন্ন ইলেকট্রন নির্গত করতে 2·31 eV শক্তির ফোটনের প্রয়োজন হয়।

হিসাব : কোনো পদার্থের কার্য অপেক্ষক 1·85 eV হলে ওই পদার্থের সূচন কম্পাঙ্ক কত ?

Hints : $W_0 = h\upsilon_0$

বা, $\upsilon_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{1.85 \times 1.6 \times 10^{-19}}{6.63 \times 10^{-34}} = 4.46 \times 10^{14}$ Hz

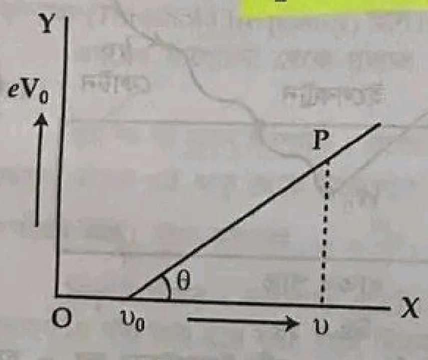
কাজ : আলোক তড়িৎ ক্রিয়ায় উৎপন্ন ইলেকট্রনের গতিশক্তি আপতিত ফোটনের চেয়ে কম হয় কেন ?

আলোক তড়িৎ ক্রিয়ায় উৎপন্ন ইলেকট্রনের গতিশক্তি আপতিত ফোটনের চেয়ে কম হওয়ার সম্ভাবনা খুবই প্রবল, এর কারণ হলো ইলেকট্রনগুলো অবমুক্ত হওয়ার সাথে সাথে ধাতুর প্রস্থচ্ছেদের মধ্য দিয়ে যখন গতিপ্রাপ্ত হয় তখন অণু-পরমাণুগুলোর অবস্থানের দরুন কম-বেশি বাধা পায় বা বৈদ্যুতিক রোধের সম্মুখীন হয়।

৮·১৩·৬ লেখচিত্র হতে ফটো ইলেকট্রিক ক্রিয়ার সমীকরণ প্রতিপাদন
Derivation of the equation of photoelectric effect from the graph

পরীক্ষাভিত্তিক যুক্তির ভিত্তিতে আইনস্টাইনের আলোক তড়িৎ সমীকরণ প্রতিষ্ঠা করা যায়। মনে করি ধাতব পাত হতে সর্বাধিক বেগে নির্গত ইলেকট্রনের চার্জ = e এবং নিবৃত্তি বিভব = V_0। তা হলে আলোক ইলেকট্রনের সর্বাধিক শক্তি হবে = eV_0। পুনঃ, নির্গত ইলেকট্রনের সর্বাধিক বেগ υ_m হলে, সর্বাধিক গতিশক্তি = $\frac{1}{2}m\upsilon_m^2$

∴ আমরা পাই, $\frac{1}{2}m\upsilon_m^2 = eV_0$ ... ... (8.51)



চিত্র ৮·১৫

এই সমীকরণকে ইলেকট্রনের সর্বাধিক গতিশক্তির সমীকরণ বলে।

কম্পাঙ্ক বৃদ্ধির সাথে সাথে eV_0 বৃদ্ধি পায়। এখন বিকিরণের কম্পাঙ্ক υ-কে X-অক্ষে এবং eV_0-কে Y-অক্ষে বসিয়ে একটি লেখচিত্র অঙ্কন করি। $eV_0 - \upsilon$ লেখটি একটি সরলরেখা হবে যা X-অক্ষকে υ_0-তে ছেদ করবে [চিত্র ৮·১৫]। এক্ষেত্রে υ_0 কম্পাঙ্ককে সূচন কম্পাঙ্ক বা প্রারম্ভ কম্পাঙ্ক বলা হয়। এই সূচন কম্পাঙ্কের কোনো বিকিরকের তল হতে আলোক ইলেকট্রনের নির্গমন শুরু হবে। উল্লেখ থাকে যে বিভিন্ন বিকিরকের সূচন কম্পাঙ্ক বিভিন্ন হবে। সরলরেখাটির ওপর যে কোনো একটি বিন্দু নিই। মনে করি এটি P। ধরি সরলরেখাটি X-অক্ষের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।

∴ আমরা পাই, $\tan\theta = \frac{eV_0}{\upsilon - \upsilon_0}$ ... ... (8.52)

কিন্তু $\tan\theta$ = সরলরেখাটির ঢাল = h = ধ্রুব সংখ্যা

∴ $h = \frac{eV_0}{\upsilon - \upsilon_0}$

বা, $eV_0 = h(\upsilon - \upsilon_0)$

বা, $\frac{1}{2}m\upsilon_m^2 = h(\upsilon - \upsilon_0)$ ... ... (8.53)

[সমীকরণ (8.51) ব্যবহার করে]

বা, $\frac{1}{2}m\upsilon_m^2 = h\upsilon - h\upsilon_0$

বা, $\frac{1}{2}m\upsilon_m^2 = h\upsilon - W_0$ ... ... (8.54)

এই সমীকরণকে আইনস্টাইনের ফটো তড়িৎ ক্রিয়ার সমীকরণ বলে।

এখানে, $h\upsilon_0 = W_0$ = আলোক তড়িৎ কার্য অপেক্ষক (photo-electric work function)। অর্থাৎ কোনো একটি ইলেকট্রনকে বিকিরকের নিউক্লিয়াসের আকর্ষণ বন্ধন হতে মুক্ত করতে যে পরিমাণ কাজ সম্পাদন করতে হয়, তাকে আলোক তড়িৎ কার্য অপেক্ষক বলে। সমীকরণ (8.54) আধুনিক পদার্থবিজ্ঞানের একটি গুরুত্বপূর্ণ সমীকরণ।

আইনস্টাইনের আলোক তড়িৎ সমীকরণের সাহায্যে আলোক তড়িৎ ক্রিয়ার বিভিন্ন বৈশিষ্ট্যের ব্যাখ্যা [ফটোইলেকট্রিক ক্রিয়ায় প্রাপ্ত ফলাফল] নিম্নে প্রদত্ত হলো :

(ক) এই তত্ত্ব অনুসারে যে কোনো বিকিরণ অসংখ্য ফোটনের সমষ্টি যাদের প্রত্যেকের শক্তি হলো $h\upsilon$। সুতরাং আলোকের তীব্রতা বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে ফোটনের সংখ্যা বৃদ্ধি পায় এবং আলোক তড়িৎ প্রবাহ বৃদ্ধি পায়। কিন্তু আলোকের কম্পাঙ্ক অপরিবর্তিত থাকলে ফোটনের শক্তি বৃদ্ধি পায় না বরং ফোটনের বেগ এবং গতিশক্তি অপরিবর্তিত থাকে। সুতরাং কোয়ান্টাম তত্ত্ব পরীক্ষালব্ধ ফলের সাথে সঙ্গতিপূর্ণ।

(খ) আমরা জানি $W_0 = h\upsilon_0$ একটি ধ্রুব সংখ্যা। সুতরাং আইনস্টাইনের আলোক তড়িৎ সমীকরণ হতে দেখা যায় যে, ইলেকট্রনের গতিশক্তি আপতিত আলোকের কম্পাঙ্কের সমানুপাতিক।

(গ) এই তত্ত্ব অনুযায়ী এক একক ফোটন ও এক একক ইলেকট্রনের মধ্যে সংঘর্ষ হলে ইলেকট্রন এর গৃহীত শক্তির ভাগ অন্যান্য ইলেকট্রনকে দেয় না। সুতরাং এই সংঘর্ষে শক্তি সংরক্ষিত থাকে অর্থাৎ এটি একটি স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ। পুনঃ, স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে শক্তির তাৎক্ষণিক হস্তান্তর ঘটে। সুতরাং আলোক রশ্মির আপতন ও ইলেকট্রন নির্গমন একই সঙ্গে ঘটে।

(ঘ) আলোকের কম্পাঙ্ক υ-এর মান ক্রমশ হ্রাস পেতে থাকলে ইলেকট্রনের বেগ হ্রাস পায় এবং একটি ন্যূনতম কম্পাঙ্ক υ_0-এর জন্য বেগ শূন্য হয়। ফলে এর নিচের কম্পাঙ্কে কোনো আলোক ইলেকট্রন নির্গত হয় না। অতএব প্রত্যেক ধাতব বস্তুর জন্য একটি ন্যূনতম কম্পাঙ্ক থাকে যাকে **প্রারম্ভ** বা **সূচন কম্পাঙ্ক** বলে। একে υ_0 দ্বারা সূচিত করা হয়। সুতরাং কোয়ান্টাম তত্ত্ব আলোক তড়িৎ ক্রিয়া বিশদভাবে ব্যাখ্যা করা সক্ষম। 100%

সারণি ৮.২

ধাতু	কার্য অপেক্ষক, W_0 (eV)
ক্ষার ধাতু সিজিয়াম (Cesium) Cs – 55	2·14
পটাসিয়াম (Potassium) K – 19	2·30
সোডিয়াম (Sodium) Na – 11	2·75
মুদ্রা রূপা (Silver) Ag – 47	4·74
তামা (Copper) Cu – 29	4·94
দামী সোনা (Gold) Au – 79	5·31
প্লাটিনাম (Platinum) Pt – 78	5·65

কাজ : আপতিত আলোকের তরঙ্গদৈর্ঘ্য হ্রাস পেলে নির্গত আলোক ইলেকট্রনের বেগের ওপর ইহা কী প্রভাব ফেলবে?

আইনস্টাইনের আলোক-তড়িৎ সমীকরণ থেকে পাওয়া যায় যে,

আলোক ইলেকট্রনের গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2 = h\upsilon - \upsilon_0 = \frac{hc}{\lambda} - \upsilon_0$

তাই আপতিত আলোকের তরঙ্গদৈর্ঘ্য হ্রাস পেলে নিঃসৃত আলোক ইলেকট্রনের বেগ বৃদ্ধি পাবে।

কাজ : ইলেকট্রন দিয়ে ফোটন ও ফোটন দিয়ে ইলেকট্রন উৎপন্ন সম্ভব কিনা ?

উপযুক্ত বেগের ইলেকট্রন টার্গেটে আঘাত করে এক্স-রশ্মি ফোটন উৎপন্ন করে। আবার উপযুক্ত কম্পাঙ্কের ফোটন কোনো পদার্থে আপতিত হয়ে আলোক তড়িৎ ইলেকট্রন নিঃসৃত করে।

হিসাব : সোডিয়াম ধাতুর ওপর 6800 Å তরঙ্গদৈর্ঘ্যের কমলা রঙের আলোক রশ্মি ফেললে আলোক তড়িৎ ক্রিয়া সৃষ্টি হবে কী? সোডিয়াম ধাতুর কার্য অপেক্ষক 2·3 eV।

কার্য অপেক্ষক W_0 এবং প্রারম্ভ তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ_0 হলে,

$$\lambda_0 = \frac{hc}{W_0}$$

সোডিয়ামের ক্ষেত্রে, $\lambda_0 = \frac{6{\cdot}63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{2{\cdot}3 \times 1{\cdot}6 \times 10^{-19}} = 5{\cdot}4049 \times 10^{-7}\ \text{m} = 5405\ \text{Å}$

অতএব সোডিয়ামের প্রারম্ভ তরঙ্গদৈর্ঘ্য 5405Å। যেহেতু আপতিত আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য 6800Å, প্রারম্ভ তরঙ্গদৈর্ঘ্য অপেক্ষা বেশি তাই আপতিত আলো সোডিয়াম ধাতুতে আলোক তড়িৎ ক্রিয়া প্রদর্শন করবে না।

কাজ : এক্স রশ্মি উৎপাদন এবং আলোক তড়িৎ ক্রিয়ার সাহায্যে ইলেকট্রন উৎপাদন পরস্পর বিপরীত ক্রিয়া—ব্যাখ্যা কর।

উচ্চ গতিসম্পন্ন ইলেকট্রন যখন ধাতব লক্ষ্যবস্তুর ওপর আপতিত হয় তখন এক্স রশ্মি উৎপন্ন হয়। পক্ষান্তরে আলোক তড়িৎ ক্রিয়ায় আলোক সংবেদী ধাতব পৃষ্ঠে উপযুক্ত কম্পাঙ্কের আলো আপতিত হলে ইলেকট্রন নিঃসৃত হয়। সুতরাং, এক্স রশ্মি উৎপাদনের ক্ষেত্রে ইলেকট্রনের শক্তি আলোক কণা (ফোটন) উৎপন্ন করে। অপরদিকে আলোক তড়িৎ ক্রিয়ায় ফোটনের শক্তি ধাতু পৃষ্ঠ থেকে ইলেকট্রনের নিঃসরণ ঘটায়। অর্থাৎ, এই দুই প্রক্রিয়া পরস্পরের বিপরীত।

$E = \frac{hc}{\lambda}$

গাণিতিক উদাহরণ ৮.৬

১। 6630×10^{-10} m তরঙ্গদৈর্ঘ্যের ফোটনের শক্তি নির্ণয় কর। [চ. বো. ২০১৭, ২০১০, ২০০৬, ২০০১; দি. বো. ২০০৯; ঢা. বো. ২০০৮, ২০০৪; কু. বো. ২০০৮, ২০০৬; ব. বো. ২০০৬]

আমরা জানি, $E = h\upsilon$

যেহেতু, $c = \upsilon\lambda \quad \therefore \upsilon = \frac{c}{\lambda}$

$\therefore E = \frac{hc}{\lambda}$

বা, $E = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{6630 \times 10^{-10}} = 3.0 \times 10^{-19}$ J

এখানে,
$\lambda = 6630 \times 10^{-10}$m
$c = 3 \times 10^{8}$ ms^{-1}
$h = 6.63 \times 10^{-34}$ Js

২। এক ব্যক্তি বুকের এক্স-রে করার সময় 1.5×10^{-3} J শক্তি শোষণ করল। প্রতিটি এক্স-রে ফোটনের শক্তি 40,000 eV হলে তিনি কত সংখ্যক ফোটনের শক্তি শোষণ করেছেন ? [$1\ eV = 1.6 \times 10^{-19}$ J]

1.6×10^{-19}

ধরা যাক, তিনি n সংখ্যক এক্স-রে ফোটনের শক্তি শোষণ করেছেন।

$n = \frac{E_t}{E}$

সুতরাং, $n = \frac{\text{মোট শোষিত শক্তি}}{\text{প্রতিটি ফোটনের শক্তি}}$

$= \frac{1.5 \times 10^{-3}\ \text{J}}{6.4 \times 10^{-15}\ \text{J}} = 2.3 \times 10^{11}$

এখানে,
ফোটনের শক্তি $= 40,000\ eV$
$= 40,000 \times 1.6 \times 10^{-19}$ J
$= 6.4 \times 10^{-15}$ J
মোট শোষিত শক্তি $= 1.5 \times 10^{-3}$ J

লোকটি 2.3×10^{11} সংখ্যক ফোটনের শক্তি শোষণ করেছেন।

৩। 10 kilo volt বিভব পার্থক্য প্রয়োগ করলে স্থির অবস্থা থেকে একটি ইলেকট্রন যে চূড়ান্ত বেগ প্রাপ্ত হবে তার মান নির্ণয় কর। [ঢা. বো. ২০০১]

$\frac{1}{2}mv^2 = eV$

$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$

আমরা জানি,

$\frac{1}{2}mv^2 = eV$

বা, $v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$

$\therefore v = \sqrt{\frac{2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 10000}{9.1 \times 10^{-31}}}$

$= 59.29 \times 10^{6}$ ms^{-1}

λ . $\times 10^{-10}$ m

এখানে,
$V = 10$ kilo volt
$= 10000$ volt
$e = 1.6 \times 10^{-19}$ C
$m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg

৪। সোডিয়ামের সূচন তরঙ্গদৈর্ঘ্য 6800 Å। এর কার্য অপেক্ষক নির্ণয় কর।
[ঢা. বো. ২০১৭; কু. বো. ২০০৫; চ. বো. ২০০১; রা. বো. ২০০০; CUET Admission Test, 2013–14]

আমরা জানি, কার্য অপেক্ষক,

$W = h\upsilon_0 = \frac{hc}{\lambda_0}$

$\omega = \frac{hc}{\lambda}$

$= \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{6800 \times 10^{-10}}$

$= 2.925 \times 10^{-19}$ J

$\simeq 2.93 \times 10^{-19}$ J

এখানে,
$\lambda_0 = 6800$ Å
$= 6800 \times 10^{-10}$m
$c = 3 \times 10^{8}$ ms^{-1}
$h = 6.63 \times 10^{-34}$ Js

$\lambda = \times 10^{-10}$ m

৫। কোনো ধাতুর ওপর 2500 Å তরঙ্গদৈর্ঘ্যের অতিবেগুনি রশ্মি ফেলা হলো। ধাতুর কার্য অপেক্ষক 2·3 eV হলে নিঃসৃত ফটো ইলেকট্রনের সর্বোচ্চ বেগ কত হবে? [য. বো. ২০১৬; কু. বো. ২০১০; রা. বো. ২০০৭, ২০০৫; ব. বো. ২০০৬]

$\omega = \times 1.6 \times 10^{-19}$

আমরা জানি,

$$E_{max} = \frac{1}{2} mv^2 = h\upsilon - W_0$$

$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{hc}{\lambda} - \omega$

বা, $\frac{1}{2} mv^2 = \frac{hc}{\lambda} - W_0$

বা, $\frac{1}{2} \times 9.1 \times 10^{-31} \times v^2$

$$= \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{2500 \times 10^{-10}} - 2.3 \times 1.6 \times 10^{-19}$$

বা, $4.55 \times 10^{-31} v^2 = 7.956 \times 10^{-19} - 3.68 \times 10^{-19}$

বা, $v^2 = \frac{4.276 \times 10^{-19}}{4.55 \times 10^{-31}}$

$\therefore\ v = 969 \times 10^3\ ms^{-1} = 969\ kms^{-1}$

এখানে,

$\lambda = 2500$ Å $= 2500 \times 10^{-10}$ m

$W_0 = 2.3\ eV = 2.3 \times 1.6 \times 10^{-19}$ J

$m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg

$h = 6.63 \times 10^{-34}$ Js

$c = 3 \times 10^8\ ms^{-1}$

$\times 10^{-10}$ m $= \lambda$

৬। 2400 Å তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলো একটি ধাতব পৃষ্ঠে আপতিত হলে নিঃসৃত ইলেকট্রনের সর্বোচ্চ গতিশক্তি নির্ণয় কর। ধাতব পৃষ্ঠের কার্যাপেক্ষক 3·3 eV। $\times 1.6 \times 10^{-19} = \omega$

আমরা জানি,

$$h\upsilon = K_{max} + \phi$$

$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{hc}{\lambda} - \omega$

$$K_{max} = h\upsilon - \phi = \frac{hc}{\lambda} - \phi$$

$$= \left(\frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{2400 \times 10^{-10}} - 3.3 \times 1.6 \times 10^{-19}\right) J$$

$$= \frac{1.88 \times 1.6 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} eV = 1.88\ eV$$

এখানে,

$\lambda = 2400$ Å $= 2400 \times 10^{-10}$ m

$\phi = 3.3\ eV = 3.3 \times 1.6 \times 10^{-19}$ J

৭। Ag ও Au-এর সূচন কম্পাঙ্ক যথাক্রমে 6.033×10^{14} Hz ও 4.416×10^{14} Hz এবং এদের নিবৃত্তি বিভব যথাক্রমে 2·25 V এবং 1·58 V। প্ল্যাঙ্কের ধ্রুবক এবং উভয়ের কার্যাপেক্ষক নির্ণয় কর। [BUET Admission Test, 2015–16]

আমরা জানি,

$$h\upsilon = eV_{Ag} + h\upsilon_{0Ag} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (i)$$

$$h\gamma = eV_{Au} + h\upsilon_{0Au} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (ii)$$

$$\therefore\ eV_{Ag} + h\upsilon_{0Ag} = eV_{Au} + h\upsilon_{0Au}$$

$$\therefore\ h = \frac{eV_{Ag} - eV_{Au}}{\upsilon_{0Ag} - \upsilon_{0Au}}$$

$$= \frac{1.6 \times 10^{-19}\ (2.25 - 1.58)}{10^{14}\ (6.033 - 4.416)}$$

$$= 6.63 \times 10^{-34}\ J\text{-}s$$

এখানে,

$\gamma_{Ag} = 6.033 \times 10^{14}$ Hz

$\gamma_{Au} = 4.416 \times 10^{15}$ Hz

$V_{Ag} = 2.25$ V

$V_{Au} = 1.58$ V

আবার, $W_0\ (Ag) = h\upsilon_{01} = 6.63 \times 10^{-34} \times 6.033 \times 10^{14} = 4 \times 10^{-19}\ J = \frac{4 \times 10^{-19}\ eV}{1.6 \times 10^{-19}} = 2.5\ eV$

$$\therefore\ W_0\ (Au) = h\upsilon_{02} = 6.63 \times 10^{-34} \times 4.416 \times 10^{14}$$

$$= 2.93 \times 10^{-19}\ J = 1.83\ eV$$

আলোক তড়িৎ কোষ
Photoelectric cell

আলোক তড়িৎ ক্রিয়াকে কাজে লাগিয়ে যে ব্যবস্থার সাহায্য আলোক শক্তিকে তড়িৎ শক্তিতে রূপান্তর করা যায় তাকে আলোক তড়িৎ কোষ বলে।

আলোক তড়িৎ ক্রিয়ার ব্যবহার (Application of photoelectric effect) : আলোক তড়িৎ ক্রিয়ার বহুবিধ গুরুত্বপূর্ণ ব্যবহার রয়েছে। যেমন স্বয়ংক্রিয় সুইচ হিসেবে, টেলিভিশন সম্প্রচারে, সিনেমা ফিল্মে শব্দ পুনরুদ্ধারে, সৌর ব্যাটারিতে, ফটোমিতি ইত্যাদিতে। মহাকাশ যানে প্রয়োজনীয় বিদ্যুৎ শক্তি প্রধানত সৌর কোষ থেকে পাওয়া যায়।

কাজ : আলোক তড়িৎ কোষকে 'তড়িৎ চোখ" (electric eye) বলা হয় কেন ? ব্যাখ্যা কর।

কোনো শপিং মলে, স্টেডিয়ামে, অডিটোরিয়ামে কত জন দর্শক বা ক্রেতা ঢুকছেন বা বের হচ্ছেন তা গণনার জন্য স্বয়ংক্রিয় যন্ত্রে আলোক তড়িৎ কোষ ব্যবহৃত হয়। বাসাবাড়ি, অফিস–আদালত, ব্যাংক ইত্যাদিতে তস্কর সংকেত (burglar alarms) যন্ত্রে আলোক তড়িৎ কোষ ব্যবহার করা হয়। এজন্য আলোক তড়িৎ কোষকে তড়িৎ চোখ (electric eye) বলা হয়।

৮.১৪ ডি ব্রগলির বস্তু তরঙ্গ
de Broglie's matter waves

টকটকে লাল গরম এক টুকরা লোহাকে কোথাও রেখে দিলে তা থেকে বিকিরণ নিঃসৃত হতে দেখি। আবার রাতের বেলা টর্চলাইটের আলো কোথাও ফেললে দেখা যায় যে, আলোর স্রোত যতদূর ছড়িয়ে পড়ে ততদূর আলোকিত হয়। এই বিকিরণ এবং আলোক নিঃসরণ আপাতদৃষ্টিতে মনে হয় নিরবচ্ছিন্ন ঘটনা। ম্যাক্স প্ল্যাঙ্কের ও পরবর্তীতে আইনস্টাইনের ফোটন বা কোয়ান্টাম তত্ত্ব থেকে জানা যায়, কোনো বস্তু থেকে শক্তি বা বিকিরণ নিঃসরণ নিরবচ্ছিন্ন ঘটনা নয়। শক্তি বা বিকিরণ ছিন্নায়িত অর্থাৎ শক্তি গুচ্ছ গুচ্ছ আকারে প্যাকেট বা কোয়ান্টাম হিসেবে নিঃসৃত হয়।

কোয়ান্টাম তত্ত্ব হতে প্রমাণিত হয়েছে যে বিকিরণ বা শক্তির দ্বৈত ধর্ম রয়েছে—একটি **কণা ধর্ম**, অপরটি **তরঙ্গ ধর্ম**। এ মতবাদ আবিষ্কৃত হওয়ার তেইশ বছরের মধ্যে কোনো বিজ্ঞানীর মাথায় আসে নি যে শক্তির ন্যায় পদার্থের দুইটি ধর্ম থাকতে পারে অর্থাৎ পদার্থেরও তরঙ্গ প্রকৃতি থাকতে পারে। 1924 খ্রিস্টাব্দে ফরাসি বিজ্ঞানী **লুইস ডি ব্রগলি** (Louis de Broglie) এ মতবাদ প্রচার করেন। তিনি উল্লেখ করেন যে, পদার্থ যা অণু, পরমাণু, প্রোটন, নিউট্রন, ইলেকট্রন প্রভৃতি ভিন্ন ভিন্ন কণার সমন্বয়ে গঠিত নিশ্চয়ই কোনো যথোপযোগী পরিস্থিতির মধ্যে তরঙ্গ প্রকৃতি প্রদর্শন করবে। এক কথায় বলা যায়—পদার্থেরও ঠিক তরঙ্গের মতো দ্বৈত প্রকৃতি রয়েছে।

সংজ্ঞা : প্রত্যেকটি চলমান পদার্থ কণার সাথে একটি তরঙ্গ যুক্ত থাকে। আবিষ্কারকের নাম অনুসারে এই তরঙ্গ ডি ব্রগলি বস্তু তরঙ্গ (de Broglie's matter waves) নামে পরিচিত এবং এই তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্যকে ডি ব্রগলি তরঙ্গদৈর্ঘ্য (de Broglie's wavelength) বলে।

ব্যাখ্যা : ডি ব্রগলি বস্তু তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্যকে ডি ব্রগলি তরঙ্গদৈর্ঘ্য বলে।

প্ল্যাঙ্কের কোয়ান্টাম তত্ত্ব অনুসারে একটি ফোটনের শক্তি,

$$E = h\upsilon \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.55)$$

এখানে h = প্ল্যাঙ্কের ধ্রুবক, υ = ফোটনের কম্পাঙ্ক। ফোটন কণিকার ভর m হলে আইনস্টাইনের ভর শক্তি সমীকরণ অনুসারে

$$E = mc^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.56)$$

এখানে c = আলোকের বেগ। উল্লেখ্য, ফোটন আলোকের বেগে গমন করে।

$\therefore$ সমীকরণ (8.55) এবং (8.56) হতে পাই

$$E = mc^2 = h\upsilon$$

$$\therefore \quad m = \frac{h\upsilon}{c^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.57)$$

মনে করি ফোটনের ভরবেগ $= p$

$\therefore \quad p$ = ফোটনের ভর × ফোটনের বেগ

$$= mc = \frac{h\upsilon}{c^2} \times c$$

$$= \frac{h\upsilon}{c} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.58)$$

পুনঃ, $c = \lambda\upsilon \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.59)$

বা, $\lambda = \dfrac{c}{\upsilon} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.60)$

$\therefore$ সমীকরণ (8.58) এবং (8.59) হতে পাই,

$$p = \frac{h\upsilon}{c} = \frac{h\upsilon}{\lambda\upsilon} = \frac{h}{\lambda} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (8.61)$$

বা, $$\lambda = \frac{h}{p} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (8.62)$$

এই সমীকরণে তেজশক্তির দ্বৈত প্রকৃতি প্রকাশিত হয়েছে অর্থাৎ কণিকা ধর্ম ভরবেগের সাথে এবং তরঙ্গ ধর্ম তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সাথে সম্পর্ক স্থাপিত হয়েছে।

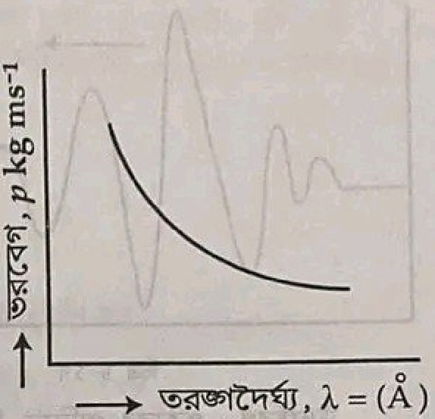
এখন ডি ব্রগলির মতবাদ অনুসারে পদার্থের ক্ষুদ্র কণিকা, যেমন ইলেকট্রনকে ফোটন কণিকার মতো কল্পনা করলে ফোটনের মতো তার তরঙ্গদৈর্ঘ্য হবে

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (8.63)$$

এখানে, m = পদার্থ কণিকার ভর,

v = পদার্থ কণিকার বেগ

এবং mv = পদার্থ কণিকার ভরবেগ।



চিত্র ৮.১৬

৮.১৬ চিত্রে কোনো বস্তুর ভরবেগ এবং দ্য ব্রগলি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তন দেখানো হয়েছে।

এটিই বিখ্যাত ডি ব্রগলি সমীকরণ, এটি দ্বারা পদার্থ কণিকার তরঙ্গ ধর্ম প্রকাশিত হয়েছে। উক্ত সমীকরণ হতে গতিশীল কণার তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় করা যায়। তড়িৎ চৌম্বক বিকিরণ অবস্থা বিশেষে কণার মতো এবং ফোটন অবস্থা বিশেষে তরঙ্গের মতো আচরণ করে।

জানা দরকার :

(i) $\lambda \propto \frac{1}{m}$; অর্থাৎ কণার ভর যত বেশি হবে, তরঙ্গদৈর্ঘ্য তত ক্ষুদ্রতর হবে।

(ii) $\lambda \propto \frac{1}{p}$; অর্থাৎ কণার ভরবেগ যত বেশি হবে, তরঙ্গদৈর্ঘ্য তত ক্ষুদ্রতর হবে।

(iii) $\lambda \propto \frac{1}{v}$; অর্থাৎ $v = 0$ হলে $\lambda \propto \infty$। সুতরাং, পদার্থ কণাগুলি (material particles) কেবলমাত্র গতিশীল হলেই সংশ্লিষ্ট কণা-তরঙ্গের অস্তিত্ব থাকে।

(iv) কোনো কণার সাথে সংশ্লিষ্ট তরঙ্গদৈর্ঘ্য কণাটির আধান নিরপেক্ষ।

অনুসন্ধান কর : কণিকা-তরঙ্গ কী তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গ ?

কণিকা-তরঙ্গ চুম্বকীয় তরঙ্গ নয়; কারণ ত্বরণসম্পন্ন আধান থেকে তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গের উৎপত্তি হয়। কিন্তু কণিকা-তরঙ্গের সঙ্গে তড়িৎগ্রস্ত আধানের কোনো সম্পর্ক নেই।

কাজ : তরঙ্গ-কণা দ্বৈততা কী ? গ্রুপ বেগ ও দশা বেগ বলতে কী বুঝ ?

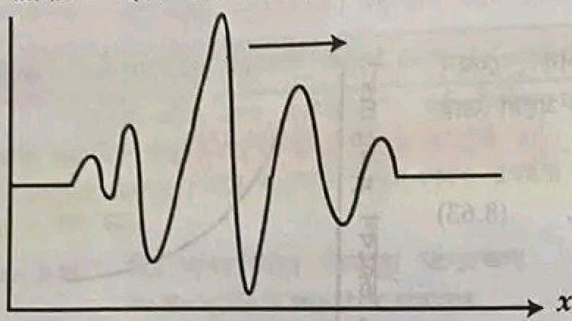
৮.১৪.১ তরঙ্গ-কণা দ্বৈততা
Wave-particle duality

তড়িৎচুম্বকীয় বিকিরণকে ফোটন কণার স্রোত হিসেবে ধরে নিলে আলোক তড়িৎ ক্রিয়া, কৃষ্ণ বস্তুর বিকিরণ, পারমাণবিক বর্ণালি ইত্যাদির ব্যাখ্যা পাওয়া যায়; তবে এই তত্ত্ব দিয়ে ব্যতিচার, অপবর্তন, সমবর্তন ইত্যাদি আলোকীয় ঘটনাবলি বিশ্লেষণ করা যায় না। অপরদিকে, বিকিরণের তরঙ্গতত্ত্ব সঠিকভাবেই ব্যতিচার, অপবর্তন, সমবর্তন ইত্যাদি ঘটনাগুলিকে ব্যাখ্যা করতে পারে। তাই আধুনিক মতে, পরীক্ষা ভেদে বিকিরণ কখনও তরঙ্গের মতো, আবার কখনও কণার স্রোতের মতো আচরণ করে। অর্থাৎ বিকিরণের দুটি রূপ রয়েছে—তরঙ্গরূপ ও কণারূপ। সুতরাং তরঙ্গতত্ত্ব এবং কণাতত্ত্ব পরস্পর বিরোধী তো নয়ই, বরং একই মুদ্রার এপিঠ-ওপিঠের মতোই পরস্পরের পরিপূরক। একেই তরঙ্গ কণিকা দ্বৈততা বলে।

তরঙ্গ-কণা দ্বৈততা হলো এমন একটি ধারণা যাতে উল্লেখ করা হয় যে, সকল শক্তি তরঙ্গ-সদৃশ এবং কণা-সদৃশ উভয় ধর্ম প্রদর্শন করে। ইহাই তরঙ্গ-কণা দ্বৈততা।

দশা বেগ (Phase velocity) : তরঙ্গের দশা সময়ের সাথে যে হারে পরিবর্তিত হয় তাকে দশা বেগ বলা হয়। দশা বেগ কণার বেগ এমনকি আলোর বেগ অপেক্ষা বেশি।

গুচ্ছ বেগ (Group velocity) : ভিন্ন কম্পাঙ্কের একাধিক সাইন ধর্মী তরঙ্গের উপরিপাত হলে তরঙ্গ রূপটি পরিবর্তিত হয়। এভাবে ক্রমশ পরিবর্তনশীল কম্পাঙ্কের বহু সংখ্যক সাইন ধর্মী তরঙ্গের উপরিপাতের ফলে যে লব্ধি তরঙ্গ গঠিত হয়, তার সাধারণ রূপটি দেখানো হলো [চিত্র ৮.১৭]। একেই তরঙ্গ গুচ্ছ বা সমষ্টি বলে এবং তরঙ্গ-গুচ্ছের বেগকে গুচ্ছ বেগ বা সমষ্টি বেগ (Group velocity) বলা হয়।



চিত্র ৮.১৭

এই গুচ্ছবেগ $v_g = \frac{d\omega}{dk}$। এখানে ω = তরঙ্গের কৌণিক বেগ এবং k = তরঙ্গের ধ্রুবক। গাণিতিক গণনার মাধ্যমে দেখানো যায় যে গুচ্ছবেগ $v_g = v$। অর্থাৎ গুচ্ছবেগ কণার বেগের সমান।

উদাহরণ : পুকুরের পানিতে ঢিল ছুড়লে অল্প কয়েকটি মাত্র তরঙ্গ শীর্ষ ও তরঙ্গ পাদ নিয়ে চিত্র ৮.১৭-এর অনুরূপ একটি তরঙ্গগুচ্ছ উৎপন্ন হয়। এটি পানি তলের ওপর দিয়ে বৃত্তের আকারে বিস্তার লাভ করে। এই তরঙ্গগুচ্ছের বেগ কণার বেগের সমান।

হিসাব কর : একটি ইলেকট্রনের ডি ব্রগলি তরঙ্গ দৈর্ঘ্য 2×10^{-12} m হলে এর গতিশক্তি কত হবে ?

ডি ব্রগলি বস্তু কণার তরঙ্গ-সদৃশ্য বৈশিষ্ট্য থেকে জানি p ভরবেগের কোনো কণার সাথে সংশ্লিষ্ট তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ হলে,

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$\therefore \quad p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{2 \times 10^{-12}}$$

আবার, $$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\left(\frac{6.63 \times 10^{-34}}{2 \times 10^{-12}}\right)^2}{2 \times 9.1 \times 10^{-31}}$$

$$= 6.04 \times 10^{-14}\ J$$

অনুসন্ধানমূলক কাজ : ডি ব্রগলির কণিকা তরঙ্গের ধারণাটি শুধুমাত্র পারমাণবিক পর্যায়ের কণার ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য —ব্যাখ্যা কর।

দৈনন্দিন জীবনে আমরা যে সকল বস্তু দেখি, তাদের ক্ষেত্রে ডি ব্রগলি প্রকল্পের কোনো ব্যবহারিক গুরুত্ব নেই। নিচের উদাহরণ থেকে এটি স্পষ্ট হবে।

মনে করি একটি ইলেকট্রনের বেগ 10^7 ms^{-1}। তাহলে ইলেকট্রনটির ডি ব্রগলি তরঙ্গদৈর্ঘ্য হবে, $\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{(9.1 \times 10^{-31}) \times 10^7} \simeq 0.73\ \mathring{A}$। এই তরঙ্গদৈর্ঘ্য এক্স-রশ্মির তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমতুল।

এখন মনে করি একটি গতিশীল বস্তুর ভর 20 gm এবং বেগ 20 ms^{-1}। তাহলে বস্তুটির ডি ব্রগলি তরঙ্গদৈর্ঘ্য হবে, $\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{0.02 \times 20} = 1.65 \times 10^{-33}$ m। এই মান এতই ক্ষুদ্র যে তা পরিমাপের কোনো ব্যবস্থা নেই এবং এত ক্ষুদ্র তরঙ্গের কোনো বাস্তব অস্তিত্ব নেই। সুতরাং, ডি ব্রগলি কণিকা-তরঙ্গ শুধুমাত্র পারমাণবিক পর্যায়ের কণার ক্ষেত্রেই গুরুত্বপূর্ণ।

গাণিতিক উদাহরণ ৮.৭

১। 60 V বিভব পার্থক্যের মধ্য দিয়ে ত্বরিত কোনো ইলেকট্রনের (ক) ডি ব্রগলি তরঙ্গদৈর্ঘ্য ও (খ) ভরবেগ নির্ণয় কর।

(ক) আমরা জানি,

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}} \qquad \left[\because \frac{1}{2}mv^2 = eV\right]$$

$$\therefore \lambda = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 60}}$$

$$= \frac{6.63 \times 10^{-34}}{4.18 \times 10^{-24}} = 1.586 \text{ Å}$$

এখানে,
বিভব পার্থক্য, $V = 60$ V
ইলেকট্রনের চার্জ, $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C
প্ল্যাঙ্ক ধ্রুবক, $h = 6.63 \times 10^{-34}$ Js
ইলেকট্রনের ভর, $m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg
$\lambda = ?$
$p = ?$

(খ) ভরবেগ, $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{1.586 \times 10^{-10}}$ kgms^{-1} $= 4.18 \times 10^{-24}$ kgms^{-1}

২। একটি প্রোটনের বেগ আলোর বেগের $\frac{1}{20}$ ভাগ হলে ডি ব্রগলি তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

বা, $$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{1.673 \times 10^{-27} \times \left(\frac{3 \times 10^8}{20}\right)}$$

$$= \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 20}{1.673 \times 10^{-27} \times 3 \times 10^8} = 2.64 \times 10^{-14} \text{ m}$$

এখানে,
$m = 1.673 \times 10^{-27}$ kg
$h = 6.63 \times 10^{-34}$ J-s
$v = \frac{c}{20} = \frac{3 \times 10^8}{20}$

৩। একটি প্রোটন ও একটি ইলেকট্রনের ডি ব্রগলি তরঙ্গদৈর্ঘ্য সমান। কার গতিশক্তি বেশি ?

আমরা জানি, ডি ব্রগলি তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda = \frac{h}{p}$

এবং ইলেকট্রনের গতিশক্তি, $K = \frac{1}{2}mv^2$

বা, $mv^2 = 2K$

বা, $m^2v^2 = 2mK$

বা, $mv = \sqrt{2mK} = p$

$\therefore \lambda = \frac{h}{\sqrt{2mK}}$

বা, $mK = \frac{h^2}{2\lambda^2}$

একই তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য $mK =$ ধ্রুবক, অর্থাৎ $K \propto \frac{1}{m}$ । ইলেকট্রন ও প্রোটনের গতিশক্তি যথাক্রমে K_e এবং K_p হলে

$$\frac{K_p}{K_e} = \sqrt{\frac{m_p}{m_e}} > 1 \qquad [\because m_p > m_e]$$

অর্থাৎ ইলেকট্রনের গতিশক্তি বেশি।

৪। 1 g ভরের একটি কণা 2000 ms^{-1} বেগে গতিশীল। কণাটির সাথে সংশ্লিষ্ট তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য হিসাব কর।

আমরা জানি,

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

$$= \frac{6.63 \times 10^{-34}}{10^{-3} \times 2000}$$

$$= 3.315 \times 10^{-34} \text{ m}$$

এখানে,
$m = 1\text{ g} = 10^{-3}$ kg
$v = 2000$ ms^{-1}
$h = 6.63 \times 10^{-34}$ Js
$\lambda = ?$

৫। 1 eV গতিশক্তিবিশিষ্ট একটি ইলেকট্রনের সাথে সংশ্লিষ্ট ডি ব্রগলি তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2\,mK}}$$

$$= \frac{6{\cdot}63 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 9{\cdot}1 \times 10^{-31} \times 1{\cdot}6 \times 10^{-19}}}$$

$$= 1{\cdot}23 \times 10^{-9}\,\text{m} = 1{\cdot}23\,\text{nm}$$

এখানে,

$h = 6{\cdot}63 \times 10^{-34}$ J

$m = 9{\cdot}1 \times 10^{-31}$ kg

$K = 1{\cdot}6 \times 10^{-19}$

৬। কত বিভব পার্থক্যের মধ্য দিয়ে একটি ইলেকট্রনকে ত্বরান্বিত করলে ইলেকট্রনটির ডি–ব্রগলি তরঙ্গদৈর্ঘ্য $0{\cdot}4$ Å হবে?

আমরা জানি,

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

এবং $\frac{1}{2}mv^2 = eV$ বা, $m^2v^2 = 2meV$

$$\therefore \quad mv = \sqrt{2meV}$$

$$\therefore \quad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2\,meV}} \text{ বা, } \lambda^2 = \frac{h^2}{2\,meV}$$

$$\therefore \quad V = \frac{h^2}{2\,me\,\lambda^2} = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 \frac{1}{2\,me} = \left(\frac{6{\cdot}63 \times 10^{-34}}{0{\cdot}4 \times 10^{-10}}\right)^2 \times \frac{1}{2 \times 9{\cdot}1 \times 10^{-31} \times 1{\cdot}6 \times 10^{-19}}$$

$$= \frac{6{\cdot}63 \times 6{\cdot}63 \times 10^{-68}}{0{\cdot}4 \times 0{\cdot}4 \times 10^{-20} \times 10^{-31} \times 2 \times 9{\cdot}1 \times 1{\cdot}6 \times 10^{-19}} = \frac{6{\cdot}63 \times 6{\cdot}63 \times 10^{-68} \times 10^{70}}{0{\cdot}4 \times 0{\cdot}4 \times 9{\cdot}1 \times 1{\cdot}6 \times 2}$$

$$= 9{\cdot}43 \times 10^2$$

$$= 943\ \text{V}$$

এখানে,

$\lambda = 0{\cdot}4$ Å $= 0{\cdot}4 \times 10^{-10}$ m

$h = 6{\cdot}63 \times 10^{-34}$ Js

$me = 9{\cdot}1 \times 10^{-31}$ kg

$e = 1{\cdot}6 \times 10^{-19}$ C

৭। নিউট্রনের গতিশক্তির মান কত হলে এর সঙ্গে জড়িত ডি–ব্রগলি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের মান $1{\cdot}20 \times 10^{-10}$ m হবে? ($m_n = 1{\cdot}675 \times 10^{-27}$ kg, $h = 6{\cdot}63 \times 10^{-34}$ Js)।

আমরা জানি,

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2\,m_n K}} \text{ বা, } \lambda^2 = \frac{h^2}{2\,m_n K}$$

$$\text{বা, } K = \frac{h^2}{2\,m_n \lambda^2} = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 \frac{1}{2\,m_n}$$

$$\therefore \quad K = \frac{(6{\cdot}63 \times 10^{-34})^2}{(1{\cdot}20 \times 10^{-10})^2} \times \frac{1}{2 \times 1{\cdot}675 \times 10^{-27}}$$

$$= \frac{6{\cdot}63 \times 6{\cdot}63 \times 10^{-68} \times 10^{20} \times 10^{27}}{1{\cdot}20 \times 1{\cdot}20 \times 2 \times 1{\cdot}675}$$

$$= 9{\cdot}11 \times 10^{-21}\ \text{J}$$

এখানে,

$\lambda = 1{\cdot}20 \times 10^{-10}$ m

$m_n = 1{\cdot}675 \times 10^{-27}$ kg

$h = 6{\cdot}63 \times 10^{-34}$ Js

K.E, K = ?

৮। একটি প্রোটন ও একটি α-কণার গতিশক্তি সমান। এদের ডি–ব্রগলি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের অনুপাত কত?

আমরা জানি,

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{m^2v^2}{2m}$$

$$\text{বা, } mv = \sqrt{2\,mE}$$

এবং ডি–ব্রগলি তরঙ্গদৈর্ঘ্য,

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2\,mE}}$$

যেহেতু প্রোটন ও α-কণার গতিশক্তি সমান সুতরাং,

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$$ m_1 = প্রোটনের ভর এবং λ_1 = প্রোটনের সঙ্গে সংশ্লিষ্ট তরঙ্গদৈর্ঘ্য

$$= \sqrt{\frac{4}{1}} = \frac{2}{1}$$ এবং $m_2 = \alpha$-কণার ভর এবং $\lambda_2 = \alpha$-কণার সঙ্গে সংশ্লিষ্ট তরঙ্গদৈর্ঘ্য

$\therefore \lambda_1 : \lambda_2 = 2 : 1$; সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে প্রোটনের সাথে সংশ্লিষ্ট তরঙ্গদৈর্ঘ্য α-কণার তরঙ্গদৈর্ঘ্যের চেয়ে বেশি।

অনুসন্ধানমূলক কাজ : আলোক তরঙ্গ এবং কণিকা তরঙ্গের মধ্যে পার্থক্য কী?

শূন্য মাধ্যমে আলোক তরঙ্গের বেগ ধ্রুবক রাশি; কিন্তু শূন্য মাধ্যমে কণিকা তরঙ্গের বেগ তার তরঙ্গদৈর্ঘ্যের ওপর নির্ভরশীল।

অনুসন্ধানমূলক কাজ : কোন ফোটনটি বেশি শক্তিশালী—বেগুনি না লাল?

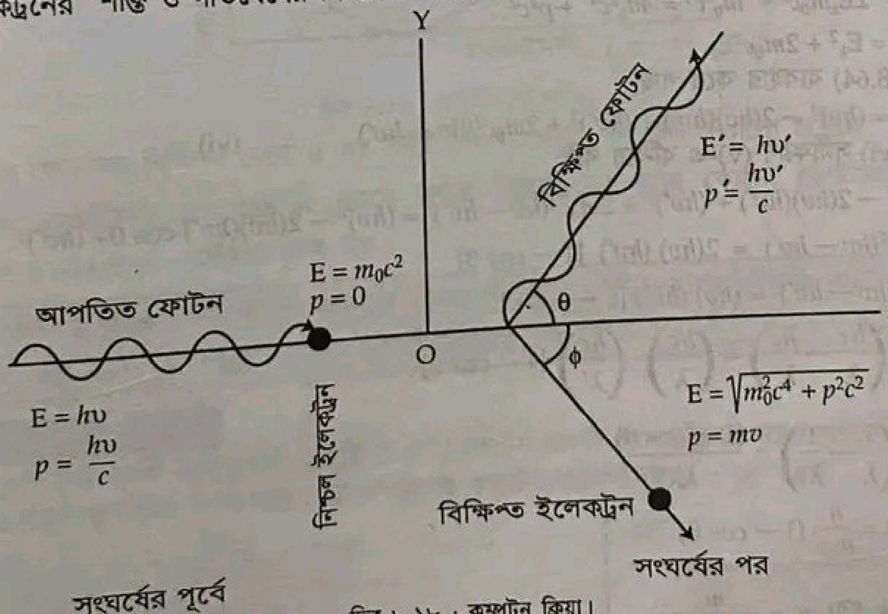
শক্তি ও কম্পাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক হলো : $E = h\upsilon$। এখন যেহেতু বেগুনি আলোর কম্পাঙ্ক লাল আলোর কম্পাঙ্কের চেয়ে বেশি, সুতরাং বেগুনি আলোর ফোটন লাল আলোর ফোটন অপেক্ষা বেশি শক্তিশালী।

৮.১৫ কম্পটন ক্রিয়া
Compton effect

আলোকের তেজকণা প্রতিষ্ঠিত হবার পর বিজ্ঞানী কম্পটন (Compton) 1925 খ্রিস্টাব্দে প্রস্তাব করেন যে, কোনো একটি শক্তিশালী ফোটনের সাথে পদার্থের কণিকা ইলেকট্রনের সংঘর্ষ ঘটলে ফোটনটি ইলেকট্রনকে কিছু শক্তি প্রদান করে। ফলে ফোটনের নিজস্ব শক্তি কিছু পরিমাণ হ্রাস পায়। এভাবে ফোটনের নিজস্ব শক্তি ব্যয় হবার ফলে বিক্ষিপ্ত ফোটনের শক্তি (scattered photon energy) আপতিত ফোটনের (incident photon) চেয়ে কম হয়। অর্থাৎ বিক্ষিপ্ত ফোটনের তরঙ্গদৈর্ঘ্য আপতিত ফোটনের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের চেয়ে বেশি হবে। তরঙ্গদৈর্ঘ্যের এই পরিবর্তনকে কম্পটন প্রভাব বা কম্পটন ক্রিয়া বলে।

সংজ্ঞা : উচ্চ শক্তিসম্পন্ন ফোটন যখন কোনো লক্ষ্যবস্তুর (যেমন ইলেকট্রনের) সাথে সংঘর্ষে লিপ্ত হয়ে বিক্ষিপ্ত হয় তখন বিক্ষিপ্ত ফোটনের তরঙ্গদৈর্ঘ্য আপতিত ফোটনের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের চেয়ে বেশি হয়। এই ঘটনাকে কম্পটন ক্রিয়া বা কম্পটন প্রভাব বলে।

বিজ্ঞানী কম্পটন পদার্থের এক্স-রশ্মির বিক্ষেপণ প্রক্রিয়াকে ফোটনের সাথে ইলেকট্রনের সংঘর্ষ কল্পনা করে ফোটনের ও ইলেকট্রনের শক্তি ও গতিবেগের নিত্যতার নিয়ম প্রয়োগের মাধ্যমে ফোটনের কম্পন হার বা তরঙ্গদৈর্ঘ্য



চিত্র ৮.১৮ : কম্পটন ক্রিয়া।

পরিবর্তন গণনা করেন। কার্বন, অ্যালুমিনিয়াম প্রভৃতি হালকা মৌলিক পদার্থের ইলেকট্রন দ্বারা একবর্ণী এক্স-রশ্মি বিক্ষিপ্ত হলে বিক্ষিপ্ত রশ্মির ভেতর আপতিত তরঙ্গদৈর্ঘ্য ছাড়াও কিছু পরিবর্তিত তরঙ্গদৈর্ঘ্যের এক্স-রশ্মি পাওয়া যায়। এই পরিবর্তিত তরঙ্গদৈর্ঘ্যগুলি প্রাথমিক এক্স-রশ্মির তরঙ্গদৈর্ঘ্য অপেক্ষা দীর্ঘতর হয়। কম্পটন ক্রিয়া চিত্র ৮.১৮-এ দেখান হলো।

$$\therefore \quad \lambda' = 2.43 \times 10^{-12}\,(1 - \cos 90^\circ) + \frac{c}{\upsilon_0}$$

$$= 2.43 \times 10^{-12} + \frac{3 \times 10^{8}}{3 \times 10^{19}}$$

$$\therefore \quad \lambda' = 2.43 \times 10^{-12} + 0.1 \times 10^{-10}$$

$$= 1.24 \times 10^{-11}\,\text{m}$$

এবং $\upsilon' = \frac{c}{\lambda'} = \frac{3 \times 10^{8}}{1.24 \times 10^{-11}}\,\text{s}^{-1}$

$$= 2.42 \times 10^{19}\,\text{s}^{-1}$$

২। 0.40 nm তরঙ্গদৈর্ঘ্যের একটি ফোটন স্থিরাবস্থায় থাকা একটি ইলেকট্রনের সাথে সংঘর্ষের পর ফোটনটি পূর্বের গতিপথের সাপেক্ষে 150° কোণে বিক্ষিপ্ত হয়। বিক্ষিপ্ত ফোটনের বেগ ও তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

[BUET Admission Test, 2017-18]

আমরা জানি,

$$\lambda_1 - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos \phi)$$

$$\lambda_1 = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^{8}}(1 - \cos 150^\circ) + 0.4 \times 10^{-9}$$

$$= 0.453 \times 10^{-11} + 0.4 \times 10^{-9}$$

$$= 0.0453 \times 10^{-10} + 4 \times 10^{-10}$$

$$= 4.0453 \times 10^{-10}\,\text{m} = 4.0453\,\mathring{A}$$

৮.১৬ হাইসেনবার্গ-এর অনিশ্চয়তা নীতি
Heisenberg's uncertainty principle

ডি-ব্রগলির মতবাদ অনুসারে পদার্থের দ্বৈত ধর্ম রয়েছে—একটি কণা ধর্ম অপরটি তরঙ্গ ধর্ম। পদার্থ যখন কণা রূপে আচরণ করে, তখন প্রাচীন বা চিরায়ত বলবিদ্যার সাহায্যে এর অবস্থান ও ভরবেগ সঠিকভাবে নির্ণয় করা যায়। কিন্তু পদার্থ যখন তরঙ্গ রূপে আচরণ করে, তখন এর অবস্থান ও ভরবেগ সঠিকভাবে নির্ণয় করা সম্ভবপর নয়। কারণ তরঙ্গ চারদিকে বিস্তার লাভ করে। 1927 সালে জার্মান বিজ্ঞানী হাইসেনবার্গ তরঙ্গধর্মী বস্তুর অবস্থান ও ভরবেগ নির্ণয়ের অনিশ্চয়তার ধারণা পোষণ করেন। তাঁর মতে কোনো কণার অবস্থান ও ভরবেগ একই সাথে সঠিকভাবে নির্ণয় করা সত্যিই অসম্ভব। অর্থাৎ কোনো নির্দিষ্ট দিকে কোনো কণার অবস্থানের পরিমাপ যতই নির্ভুল হবে তার ভরবেগের পরিমাপের ভুলের মাত্রা ততই বেশি হবে। আবার ভরবেগের পরিমাপ যতই নির্ভুল হবে, অবস্থানের পরিমাপ ততই অনিশ্চিত হবে। একেই **হাইসেনবার্গ-এর অনিশ্চয়তা সূত্র** বলা হয়। সূত্রটি নিম্নে বিবৃত হলো :

"কোনো কণার অবস্থান এবং ভরবেগ যুগপৎ সঠিকভাবে পরিমাপ করা যায় না।" নিম্নের গাণিতিক সম্পর্ক দ্বারা অনিশ্চয়তা নীতি প্রকাশ করা যায়। কোনো নির্দিষ্ট দিকে কোনো নির্দিষ্ট সময়ে কোনো কণার অবস্থানের অনিশ্চয়তা Δx এবং ভরবেগের অনিশ্চয়তা Δp হলে, অনিশ্চয়তার নীতি অনুসারে, $\Delta x . \Delta p \geqslant h$। পরবর্তীকালে এই নীতির গাণিতিক প্রকাশকে সংশোধন করে লেখা হয়,

$\Delta x . \Delta p \geqslant \frac{\hbar}{2}$; এখানে $\frac{h}{2\pi} = \hbar$ প্ল্যাঙ্কের হ্রাসকৃত ধ্রুবক $= 1.055 \times 10^{-34}$ Js। উল্লেখ্য প্ল্যাঙ্কের ধ্রুবক h এর মান খুবই ক্ষুদ্র হওয়ায় $h, \hbar$ বা $\frac{\hbar}{2}$ এর ব্যবহারের ফলে তেমন কোনো পার্থক্য পরিলক্ষিত হয় না।

অতএব, কোনো নির্দিষ্ট দিকে কোনো কণার অবস্থান ও ভরবেগকে একই সাথে নির্ণয় করতে হলে দেখা যায় যে, অনিশ্চয়তার পরিমাণদ্বয়ের গুণফল $\frac{\hbar}{2}$ এর চেয়ে বৃহত্তর বা সমান। কোনো বস্তুর শক্তি ও সময়ের ক্ষেত্রেও এ সম্পর্ক প্রযোজ্য। সময় শক্তি অনিশ্চয়তা হলো

$$\Delta E . \Delta t \geqslant \frac{\hbar}{2}$$

কৌণিক অবস্থান ও কৌণিক ভরবেগের ক্ষেত্রেও এই নীতি প্রযোজ্য। সেক্ষেত্রে $\Delta L\, \Delta \varphi \geqslant \frac{\hbar}{2}$

কাজ : অনিশ্চয়তা নীতি থেকে তুমি কীভাবে দেখাবে যে নিউক্লিয়াসের অভ্যন্তরে ইলেকট্রন থাকতে পারে না।

পরমাণুর নিউক্লিয়াসের ব্যাসার্ধ 10^{-14} m প্রায়। সুতরাং ইলেকট্রন নিউক্লিয়াসের অভ্যন্তরে আবদ্ধ থাকতে হলে এর অবস্থানের অনিশ্চয়তা অবশ্যই 2×10^{-14} m এর অধিক হবে না।

এখন Δx এবং Δp যথাক্রমে অবস্থান ও ভরবেগের অনিশ্চয়তা হলে,

$$\Delta x . \Delta p = \frac{\hbar}{2}$$

$$\text{বা,} \quad \Delta p = \frac{h}{2 \times 2\pi \times \Delta x} = \frac{6{\cdot}63 \times 10^{-34}}{4 \times 3{\cdot}14 \times 2 \times 10^{-14}} = 2{\cdot}64 \times 10^{-21} \text{ kg ms}^{-1}$$

এখন ভরবেগ অনিশ্চয়তা এই মানের হলে ইলেকট্রনের ভরবেগ অবশ্যই ন্যূনতম পক্ষে এই মানের সমতুল্য হবে, অর্থাৎ $p = 2{\cdot}64 \times 10^{-21}$ kg ms^{-1}

তাহলে ইলেকট্রনের গতিশক্তি,

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{(2{\cdot}64 \times 10^{-21})^2}{2 \times 9{\cdot}1 \times 10^{-31}} = 3{\cdot}83 \times 10^{-12} \text{ J}$$

$$= \frac{3{\cdot}83 \times 10^{-12}}{1{\cdot}6 \times 10^{-19}} eV = 23{\cdot}93437 \times 10^{6} \text{ eV} = 23{\cdot}93 \text{ M eV}$$

এর অর্থ হলো, ইলেকট্রন নিউক্লিয়াসের অভ্যন্তরে থাকতে হলে একে 23·93 MeV শক্তির অধিকারী হতে হবে। কিন্তু পরীক্ষালব্ধ ফলাফল থেকে দেখা যায় যে, ইলেকট্রনের শক্তি 4 MeV এর অধিক হয় না। সুতরাং নিউক্লিয়াসের অভ্যন্তরের ইলেকট্রন থাকতে পারে না।

নিজে কর : আমরা জানি হাইসেনবার্গের অনিশ্চয়তা নীতি অনুযায়ী $\Delta x . \Delta p \geqslant \frac{\hbar}{2}$; যদি Δx এর মান শূন্য হয় তবে Δp এর মান কীরূপ হবে ?

যেহেতু Δx ও Δp এর গুণফল-এর মান $\geqslant \frac{h}{2 \times 2\pi}$, কাজেই একটির অনিশ্চয়তা শূন্য হলে অপরটির অনিশ্চয়তা অসীম হবে। তাই এক্ষেত্রে অবস্থানের অনিশ্চয়তা শূন্য হলে ভরবেগের অনিশ্চয়তা সর্বাধিক বা অসীম হবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৮.৯

১। একটি ইলেকট্রনের অবস্থানের অনিশ্চয়তা $0{\cdot}4 \times 10^{-10}$ m। এর ভরবেগের অনিশ্চয়তা কত ?

আমরা জানি,

$$\Delta p . \Delta x = \frac{\hbar}{2} = \frac{h}{2 \times 2\pi}$$

$$\text{বা,} \quad \Delta p = \frac{h}{4\pi \times \Delta x} = \frac{6{\cdot}63 \times 10^{-34}}{4 \times 3{\cdot}14 \times 0{\cdot}4 \times 10^{-10}}$$

$$\therefore \quad \Delta p = \frac{6{\cdot}63 \times 10^{-34}}{5{\cdot}024 \times 10^{-10}} = 1{\cdot}32 \times 10^{-24} \text{ kg ms}^{-1}$$

এখানে,

$\Delta x = 0{\cdot}4 \times 10^{-10}$ m

$h = 6{\cdot}63 \times 10^{-34}$ Js

$\Delta p = ?$

২। একটি মাইক্রোস্কোপের সাহায্যে পরমাণুর মধ্যকার ইলেকট্রনের অবস্থান $0{\cdot}25$ Å দূরত্বের মধ্যে নির্ণয় করার সময় ইলেকট্রনের ভরবেগ নিরূপণে অনিশ্চয়তা কত ?

আমরা জানি,

$$\Delta x . \Delta p = \frac{\hbar}{2} = \frac{h}{2 \times 2\pi}$$

$$\text{বা,} \quad \Delta p = \frac{1}{\Delta x} \times \frac{h}{2\pi \times 2} = \frac{6{\cdot}63 \times 10^{-34}}{4 \times 3{\cdot}14 \times 0{\cdot}25 \times 10^{-10}}$$

$$\therefore \quad \Delta p = \frac{6{\cdot}63 \times 10^{-34}}{3{\cdot}14 \times 10^{-10}}$$

$$= 2{\cdot}11 \times 10^{-24} \text{ kg ms}^{-1}$$

এখানে,

ইলেকট্রনের অবস্থানের অনিশ্চয়তা,

$\Delta x = 0{\cdot}25$ Å $= 0{\cdot}25 \times 10^{-10}$ m

প্ল্যাঙ্কের ধ্রুবক, $h = 6{\cdot}63 \times 10^{-34}$ Js

ইলেকট্রনের ভরবেগের অনিশ্চয়তা, $\Delta p = ?$